೭೨

ವಿನೋದ ಗಣಿತ

ಪ್ರೊ॥ ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ



ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕಮಾಲೆ_೭೨

ವಿನೋದಗಣಿತ

ಪ್ರೊ॥ ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ



ಪ್ರಸಾರಾಂಗ
ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ
೧೯೭೪

ಮೂರನೆಯ ಮುದ್ರಣ : ೧೯೭೪

೫೦೦೦ ಪ್ರತಿಗಳು

ಪ್ರಕಾಶಕರು
ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಪ್ರಸಾರಾಂಗ
ಮಾನಸಗಂಗೋತ್ರಿ, ಮೈಸೂರು-೧೬

ಬೆಲೆ : ೬೫ ಪೈಸೆ

ಮುದ್ರಕರು
ವಿಶ್ವನಾಥ ಪ್ರೆಸ್
ಕುರುಬಗೇರಿ, ಮೈಸೂರು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಈ ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕಮಾಲೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ ಇಂದಿಗೆ ಸುಮಾರು ಇಪ್ಪತ್ತು ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ೭೦ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ. ಕಾಲಾವಧಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ಈಗ ಹೊರಬಿದ್ದಿರುವ ಕಿರುಹೊತ್ತಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಈಗಿರುವುದಕ್ಕಿತಲೂ ದ್ವಿಗುಣವೂ ತ್ರಿಗುಣವೂ ಆಗಿರಬೇಕಾಗಿತ್ತೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಆದರೂ ಅವುಗಳ ಗುಣವನ್ನು ಅವು ಮಾರಟವಾಗುತ್ತಿರುವ ವೇಗವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ಈ ಮಾಲೆಯ ಉಪಯುಕ್ತತೆ ಮತ್ತು ಜನಪ್ರಿಯತೆ ವ್ಯಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪುಸ್ತಕವೂ ಮೂರು ನಾಲ್ಕು ಸಾರಿ ಮುದ್ರಿತವಾಗಿದೆ. ದಿನೇ ದಿನೇ ಈ ಮಾಲೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಜನರ ವಿಶ್ವಾಸಾದರಗಳು ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತಿವೆ. "ಈ ತಿಂಗಳು ಏನಾದರೂ ಹೊಸ ಪುಸ್ತಕ ಬಂದಿದೆಯೆ? ಮುಗಿದುಹೋಗಿರುವ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಅಚ್ಚಾಗಿವೆಯೆ?" ಎಂದು ಮೇಲಿಂದ ಮೇಲೆ ಜನ ಕೇಳುತಿರುತ್ತಾರೆ. ಇದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸಂತೋಷದ ಸಂಗತಿ; ನಾಡಿನ ಪ್ರಗತಿಯ ಚಿಹ್ನೆ.

ನಾಡಿನಲ್ಲಿ ದಿನೇ ದಿನೇ ವಿದ್ಯಾವಂತರ ಮತ್ತು ಅಕ್ಷರಸ್ಥರ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತಿದೆ. ಕೇವಲ ಸಾಕ್ಷರತೆಯಿಂದ ಮಹತ್ತಾದ ಪ್ರಯೋಜನೇನೂ ಲಭಿಸದು. ಸಾಕ್ಷರತೆ ಬೇರೊಂದು ಸಿದ್ಧಿಗಾಗಿ ಸಾಧ್ಯವೇ ಹೊರತು ಅದೇ ಪರಮಗುರಿಯಲ್ಲ; ಜ್ಞಾನ ಸಂಪಾದನೆಯೇ ಅದರ ಪರಮ:ಗುರಿ. ಈ ಗುರಿಯ ಸಾಧನೆಗಾಗಿ ಸಕಲ ಅನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವುದು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಂಥ ಸಂಸ್ಥೆಗಳ ಆದ್ಯ ಕರ್ತವ್ಯ. ಈ ಮೂಲಕ

ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಜ್ಞಾನವಾಹಿನಿ ನಾಡಿನ ಮೂಲೆ ಮೂಲೆಗೆಲ್ಲ ಹರಿದು, ಸಾಮಷ್ಟಿ ಪ್ರಜ್ಞೆ ವಿಕಾಸಗೊಳ್ಳಲನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಮಾಲೆಯಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನರಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನಪ್ರಸಾರ ಕಾರ್ಯ ತಕ್ಕಮಟ್ಟಿಗೆ ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ನಡೆದಿರುವಂತೆಯೆ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಸಂಬಂಧವಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಸರಳವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು, ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಭಾಷೆಯಾಗಬಲ್ಲುದು ಎಂಬ ಅಂಶ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನೊಮ್ಮೆ ಓದಿದರೆ ಸಂದೇಹವಾದಿಗಳ ಶಂಕೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿವಾರಣೆಗೊಂಡು ಧೈರ್ಯ ಮೂಡದಿರದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ೪೪ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಭೌತವಿಜ್ಞಾನ, ರಸಾಯನ ವಿಜ್ಞಾನ, ಪ್ರಾಣಿವಿಜ್ಞಾನ, ಸಮಾಜವಿಜ್ಞಾನ, ವೈದ್ಯವಿಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತವಿಜ್ಞಾನ, ಇತಿಹಾಸ ಮೊದಲಾದುವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಧಿಸಿದುವು, ಉಳಿದ ೨೩ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಸಾಹಿತ್ಯ ಮತ್ತು ಸಾಹಿತ್ಯ ವಿಮರ್ಶೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುವು. ಇವುಗಳ ಗ್ರಂಥಕರ್ತರು ಪ್ರಾಮುಖ್ಯವಾಗಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಪ್ಪತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಪಾಠ ಹೇಳಿ ನುರಿತಿರುವ ಘನ ವಿದ್ವಾಂಸರು. ಬಹಳ ಹಿಂದೆಯೇ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಗ್ರಂಥಗಳ ರಚನೆಗೆ ಕೈಹಾಕಿ ಕನ್ನಡ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಭಾಷೆಯಾಗುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಪಡೆದಿದೆ. ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಾಧ್ಯಮವಾಗುವ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಅವರೆಲ್ಲ ಅಭಿನಂದನಾರ್ಹರು.

ಈ ಮಾಲೆಯ ಕಾರ್ಯ ತ್ವರಿತಗೊಂಡು, ವಿಸ್ತಾರಗೊಂಡು ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದಿನೇ ದಿನೇ ಬೆಳೆಯಬೇಕೆಂಬುದೂ, ಇದ

ಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನತೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆದು ಸಾಮಷ್ಟಿ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಸರ್ವತೋಮುಖವಾಗಿ ವಿಕಾಸಗೊಳ್ಳ ಬೇಕೆಂಬುದೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಆಸೆ. ಕನ್ನಡನಾಡು ಒಂದುಗೂಡಿರುವ ಈ ಶಕ ಮುಹೂರ್ತದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡನುಡಿ ಆಡಳಿತದ ಭಾಷೆಯಾಗಿ, ವ್ಯವಹಾರದ ಭಾಷೆಯಾಗಿ, ಶಿಕ್ಷ ಣದ ಭಾಷೆಯಾಗಿ, ಜನತೆಯ ಸಂಸ್ಕೃತಿ ವಿಕಾಸ ಸಾಧನದ ಭಾಷೆಯಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಯುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂದೇಹವಿಲ್ಲ. ವಿಶ್ವ ವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಈ ಸೇವೆಯನ್ನು ಕರ್ಣಾಟಕ ಸಂಪೂರ್ಣ ವಾಗಿ ತನ್ನ ಮೇಲ್ಮೆಗೂ ಏಳ್ಗೆಗೂ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆಂದು ನಾವು ಹಾರೈಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೈಸೂರು
೨೪-೭-೧೯೫೮

ಕೆ. ವಿ. ಪುಟ್ಟಪ್ಪ
ವೈಸ್-ಚಾನ್ಸಲರ್.

ಪೀಠಿಕೆ

ವಿನೋದಗಣಿತವೆಂಬ ಹೆಸರನ್ನು ಕೇಳಿ ಅನೇಕರಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗಬಹುದು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿನೋದವಿದೆಯೇ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವವರಿಗೆ 'ಉಂಟು' ಎಂಬ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಸಮಾಧಾನ ಪಡಿಸಬಹುದೆಂಬ ನಂಬಿಕೆಯಿಂದಲೇ ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ೬-೯-೧೯೫೭ ನೆಯ ದಿನಸ ಚುಂಚನಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಚಾರೋಪನ್ಯಾಸ ಮಾಲೆಯ ಆಶ್ರಯದಲ್ಲಿ ನಾನು ಈ ವಿಷಯವಾಗಿ ಭಾಷಣ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಭಾಷಣದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆಯೇ ಈ ಪುಟ್ಟ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಜ್ಞಾನ ಬೇಕಿಲ್ಲ. ಅನೇಕವನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು. ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಂತೂ ಯಾವ ಕಷ್ಟವೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಓದುಗರು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ, ನಂತರ ಅವರಿಗಾಗಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ತಾವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು; ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ಆತುರವಿರಬಾರದು. ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪಡುವ ಮಾನಸಿಕ ಶ್ರಮವೇ ವಿನೋದ ವೆನಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಸ್ವಲ್ಪ ತಾಳ್ಮೆಯಿಂದ ಉತ್ತರ ಕೊಡಲ ಯತ್ನಿಸಿ ಅದರ ವಿನೋದವನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿ, ನಂತರ ನಿಮ

ಸ್ನೇಹಿತರಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಅವುಗಳ ರುಚಿತೋರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಮಾಡಿ. ಸಂತೋಷ ಪ್ರವಾಸ ಕೈಗೊಂಡಾಗ ಅಥವಾ ರೈಲಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಾಗ ಕಾಲ ಕಳೆಯಲು ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದು. ಸ್ಕೂಲು ಕಾಲೇಜುಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬಹು ಹಿಂದುಬಿದ್ದಿದ್ದಾರೆ ಎನ್ನಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನೇಕರು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ವಹಿಸಿ ಜಯಪ್ರದವಾಗಿ ಅನೇಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಜನಗಳನ್ನು ಉತ್ಸುಕರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಸಹಸ್ರಾರು ಇವೆ. ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರನೇಕರು ತಮ್ಮ ಕಾಲ ಮತ್ತು ಗಮನವನ್ನು ಗಣಿತದ ಈ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟು ವಿನೋದಗಣಿತವು ಬೆಳೆಯಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಬಹು ಸುಲಭವಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಕಾಣದಿರಬಹುದು; ಆದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದರಿಂದಲೂ ಮತ್ತು ಬಹಳ ಆಳವಾಗಿ ಹೋದರೆ ಗಣಿತದ ತರ್ಕಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದಲೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಓದುವುದಕ್ಕೆ ಹಿತವಾಗಿಯೂ, ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗಿಯೂ ಇರಲೆಂಬುದೇ ಪುಸ್ತಕದ ಮುಖ್ಯೋದ್ದೇಶ. ಗಣಿತದ ಪದಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಹಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಹಲವು ಹಾಸ್ಯಕರವಾದ ಕಥೆಗಳು ಕೇವಲ ವಿನೋದದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಓದುಗರು ಯಾವುದಾದರೂ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದೆಂಬು

ದಾಗಿಯಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನಾವುದಾದರೂ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಬಹುದೆಂಬುದಾಗಿ ಯಾಗಲೀ ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟರೆ ತಮ್ಮ ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ಗ್ರಂಥ ಕರ್ತರಿಗೆ ದಯೆಯಿಟ್ಟು ಕಳುಹಿಸುವುದು ; ಮತ್ತು ಈ ಸಲಹೆ ಗಳನ್ನು ಸಂತೋಷದಿಂದ ಸ್ವೀಕರಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಮುದ್ರಣ ಗಳಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕವು ಇನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಕರವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಮುದ್ರಿಸಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಚಾರ ಉಪನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಪುಸ್ತಕಮಾಲೆಯ ಕಾರ್ಯದರ್ಶಿಗಳಾದ ಶ್ರೀ. ತ. ಸು. ಶಾಮ ರಾಯರಿಗೆ ನಾನು ಚಿರಋಣಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ.

16–10–1957 ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ

ಎರಡನೆಯ ಮುದ್ರಣಕ್ಕೆ

ಮೊದಲನೆಯ ಮುದ್ರಣದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬಂದು ಹಲವಾರು ಲೋಪದೋಷಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ತಿದ್ದಲಾಗಿದೆ.

8-3–1966 ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ

ಮೂರನೆಯ ಮುದ್ರಣಕ್ಕೆ

ಇಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಇನ್ನೂ ದೋಷರಹಿತವಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

15–5-1974 ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ

ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಇತ್ಯಾದಿ

ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ನಮಗೆಲ್ಲರಿಗೂ ಬರುತ್ತದೆ (ಅಥವಾ ಬರುತ್ತದೆಯೆಂಬುದಾಗಿ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ). ಹೀಗಿದ್ದರೂ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯೇ ವಿನೋದವನ್ನೂ, ತೊಡಕನ್ನೂ ಉಂಟುಮಾಡುವ ನೂರಾರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೀವೇ ಉತ್ತರ ಕೊಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

i) ಈ ಕೂಡುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ.

(a)

```
  5 0 F 0 6 0 A
  A 2 F 0 D C B
  -------------
  7 3 8 E C 7 9
  -------------
```

(b)

```
  6 8
  A A
  5 9
 -----
 1 6 B
 -----
```

(ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಗಳ ಜಾಗದಲ್ಲಿ A, B, C ಮುಂತಾದ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಒರೆದಿದೆ. A ಎರಡು ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಅಂಕವು ಬರಬೇಕು; ಹೀಗೆಯೇ ಇತರ ಅಕ್ಷರಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿಯೂ.)

ii) ಕಳೆಯುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ.

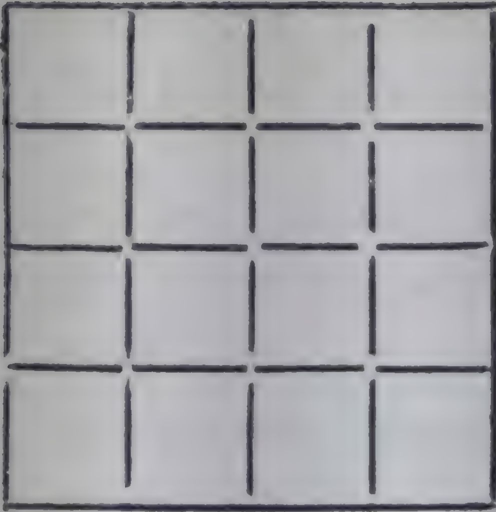
```
  A 8 4 C A
  1 5 0 9 B
  ---------
  D A 3 0 9
  ---------
```

(iii) ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗುಣಾಕಾರ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿರುವ ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

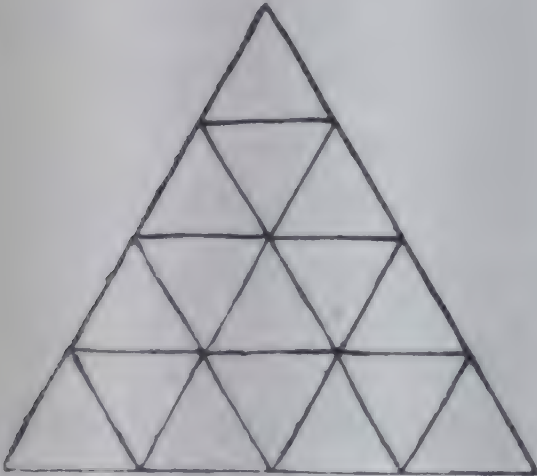
```
       4 ? 6 × ? 4 ?
       ─────────────
       ? ? ?
     ? ? ? ?
   ? ? ? ?
   ─────────────────
   1 4 5 6 9 2
   ─────────────────
```

ಎಣಿಸುವುದು :

1, 2, 3.... ಎಂಬುದಾಗಿ ಎಣಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ನಾವು ನಮ್ಮ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಬಹು ಚಿಕ್ಕವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಕಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭ್ಯಾಸ ಕೊಡಲು ಮಗುವಿನ ಮುಂದೆ ಹಲವು ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಕಲ್ಲುಗಳನ್ನೋ ಅಥವಾ ಹುಣಿಸೇಬೀಜಗಳನ್ನೋ ಇಟ್ಟು ಅವುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವಂತೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಎಣಿಸ ಬೇಕಾದ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಇರುವಾಗ ಎಣಿಸು ವುದು ಸುಲಭ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಬೆರತುಹೋಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡದೆ ಎಣಿಸಲು ಶ್ರಮವಾಗುತ್ತದೆ; ಮತ್ತು ಹಾಗೆ ಬೆರತುಹೋಗಿರುವ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡದೆ ಎಣಿಸಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ತಾಳ್ಮೆಯೂ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯೂ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಸರಳಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಲು ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.



ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 4×4 ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳಿಗಾಗಿ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು (ಚಿಕ್ಕದು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದು ಸೇರಿ)?



ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ತ್ರಿಕೋಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಏನು?

ಗುರುವಿಗೇ ಸಮಸ್ಯೆಕೊಟ್ಟ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ :

ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿನ ಶಾಲೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಗುರುಗಳು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಕೂಡುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಹೇಳಿಕೊಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಹೀಗೆ ಕೂಡುವುದನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಗುರುಗಳು ಹಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 3 ಕಡ್ಡಿಯ ಮಗ್ಗುಲಲ್ಲಿ 2 ಕಡ್ಡಿಯನ್ನಿಟ್ಟು ಒಟ್ಟು 5 ಕಡ್ಡಿಯಾದುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ $3+2=5$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಕಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಹೀಗೆಯೇ $7+2=9$, $8+6=14$ ಇತ್ಯಾದಿ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸಿ 'ಈ ರೀತಿಯಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು

ನೀನಾಗಿಯೇ ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡು' ಎಂದು ಹೇಳಿ ಗುರುಗಳು ಹೊರಟುಹೋದರು.

ಮಾರನೆಯ ದಿನ ಗುರುಗಳು ಬಂದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನಗೊಂದು ಹೊಸ ಲೆಕ್ಕವು ಸಿಕ್ಕಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಿದನು. ಅದೇ ನೆಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಲಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು, "6 ಕಡ್ಡಿಗೆ 5 ಕಡ್ಡಿ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಒಂಭತ್ತು ಆಗುತ್ತದೆ" ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಿದನು. ಗುರುಗಳಿಗೆ ಅರ್ಥವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಎರಡು ನಿಮಿಷ ಯೋಚಿಸಿ ಅದು ತಪ್ಪೆಂದರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಬಿಡಲಿಲ್ಲ. "ಖಂಡಿತ ಸಾಧ್ಯ ವಾಗುತ್ತದೆ. ನಾನು ಬೇಕಾದರೆ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆ" ಎಂದನು. ಗುರುಗಳು ಒಂದು ದಿವಸದ ಕಾಲಾವಕಾಶವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಿ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಿದರು; ಏನೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಮಾರನೆಯ ದಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು "ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸು" ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಕೊಟ್ಟ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡಿ ಗುರುಗಳು ವಿಸ್ಮಯಗೊಂಡರು. ಉತ್ತರವು ಏನಿರಬಹುದು ?

ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮ :

ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಯೋಚಿಸುವ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಕುದುರಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಬಹು ಸರಳವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಅತ್ಯುಪಯೋಗ ವಾಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಹುಡುಗರೂ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಬಹುದು. ಹೈಸ್ಕೂಲು ಮಟ್ಟದ ಗಣಿತ ಗೊತ್ತಿದ್ದರಂತೂ ಬಹು ಸುಲಭ; ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಕಾದಷ್ಟು ಆನಂದ ವಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಸಮಸ್ಯೆಗೂ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಉತ್ತರಗಳಿವೆ :

ಆದರೆ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಇತರ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀವೇ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

(a) + ಅಥವಾ – ನ ಉಪಯೋಗ

1 2 3 4 5 6

ಈ ಆರು ಅಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಹಿಂದೆಯೂ + ಅಥವಾ — ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು.

ಉದಾ : ಬೆಲೆ 17 ಬರಬೇಕಾದರೆ ಹೀಗೆ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

$$+1-2+3+4+5+6.$$

ಬೆಲೆ 9 ಬರಬೇಕಾದರೆ ಹೀಗೆ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

$$-1+2+3+4-5+6.$$

ಈಗ ನೀವು ಪ್ರಯತ್ನಪಡಿ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ + ಅಥವಾ — ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಬೆಲೆಗಳು ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ. (i) 7. (ii) 15. (iii) 1.

(b) 1 2 3 4 5

ಈ ಅಂಕಗಳ ಮಧ್ಯೆ +, —, ×, ÷ ಅಥವಾ ( ) ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ [ಅಥವಾ ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸದೆಯೇ] ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೆಲೆಗಳು ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು.

ಉದಾ : ಬೆಲೆ 20 ಬರಬೇಕಾದರೆ

$$1+2-3+4\times5=20$$

ಬೆಲೆ 16 ಬರಬೇಕಾದರೆ

$$12\times 3 - 4\times 5 = 16$$

(ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಎರಡು ಅಂಕಗಳು ಸೇರಿ 12 ಆಗುತ್ತವೆ) ;

ಬೆಲೆ 2 ಬರಬೇಕಾದರೆ

$$(1+2+3+4)\div 5 = 2$$

ನೀವೂ ಕೂಡ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಪಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ (i) 50 (ii) 60 (iii) 120 ಬರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ.

(c) 9, 9, 9, 9, 9, 9, ಈ ಆರು ಒಂಭತ್ತುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವ ಗಣಿತ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನಾದರೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 100 ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ.

(d) 1, 1, 1, 1 ಈ ನಾಲ್ಕು ಒಂದುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 100 ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. (ಗಣಿತ ಚಿಹ್ನೆ ಯಾವುದನ್ನು ಬೇಕಾದರೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು)

(e) ಯಾವ ಗಣಿತ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನಾದರೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 4 ಎಂಬ ಅಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ

(i) 2/5 (ii) 2/3 ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವರ್ತನೆ:

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ 1, 2, 3........ ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಧ್ಯಯನವು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಬಹು ಮುಖ್ಯವಾದ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು (Theory of Numbers). ಈ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ

ಸ್ವಭಾವ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಇರುವ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಮುಂತಾದುವನ್ನು ನೂರಾರು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಪರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಅವುಗಳ ವಿಚಿತ್ರವರ್ತನೆಯು ಗಣಿತಜ್ಞರನ್ನು ದಿಗ್ಭ್ರಾಂತರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದೆ. ಬಹು ಸರಳವೂ, ವಿಸ್ಮಯಕಾರಕವೂ ಆದ ಹಲವು ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(i) $1^3=1^2$ (ಪ್ರತಿಭಾಗದ ಬೆಲೆ= 1)

$1^3+2^3=(1+2)^2$ (ಪ್ರತಿಭಾಗದ ಬೆಲೆ= 9)

$1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2$ (ಪ್ರತಿಭಾಗದ ಬೆಲೆ= 36)

$1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2$

(ಪ್ರತಿಭಾಗದ ಬೆಲೆ= 100)

ಇತ್ಯಾದಿ

(ii) $6^2-5^2=11$

$56^2-45^2=1111$

$556^2-445^2=111111$

$5556^2-4445^2=11111111$

$55556^2-44445^2=1111111111$

ಇತ್ಯಾದಿ

(iii) $1=1^2$

$1+3=2^2$

$1+3+5=3^2$

$1+3+5+7=4^2$, ಇತ್ಯಾದಿ

(iv)

$$1\times8+1=9$$
$$12\times8+2=98$$
$$123\times8+3=987$$
$$1234\times8+4=9876, \text{ ಇತ್ಯಾದಿ}$$

(v)

$$1\times9+2=11$$
$$12\times9+3=111$$
$$123\times9+4=1111$$
$$1234\times9+5=11111$$
$$12345\times9+6=111111, \text{ ಇತ್ಯಾದಿ}$$

(vi)

$$1\times9+1=10$$
$$12\times9+2=110$$
$$123\times9+3=1110$$
$$1234\times9+4=11110, \text{ ಇತ್ಯಾದಿ}$$

ಆಸ್ತಿಯ ವಿಭಾಗ:

ಒಬ್ಬನ ಬಳಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಾವಿರ ರೂಪಾಯಿನ ಆಸ್ತಿ ಇತ್ತು. ಅವನ ಮರಣದ ಕಾಲ ಹತ್ತಿರವಾಯಿತು. ಆಗ ತನ್ನ ಹೆಂಡತಿ ಗರ್ಭಿಣಿಯಾಗಿದ್ದ ವಿಷಯವನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟು ಕೊಂಡು, ತನ್ನ ಮರಣಾನಂತರ ತನ್ನ 1000 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಹೇಗೆ ಹಂಚಿಕೆಯಾಗಬೇಕೆಂಬುವದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮರಣಶಾಸನ

(will) ಬರೆದಿಟ್ಟನು. ಅದು ಹೀಗಿತ್ತು: "ಗಂಡು ಮಗುವಿನ ಜನನವಾದರೆ ನನ್ನ ಹೆಂಡತಿ ಮತ್ತು ಮಗುವಿಗೆ ಸಮವಾದ ಭಾಗಗಳು ಬರಬೇಕು; ಹೆಣ್ಣು ಮಗುವಿನ ಜನನವಾದರೆ, ಹೆಣ್ಣು ಮಗುವಿಗೆ ನನ್ನ ಹೆಂಡತಿ ಭಾಗದ 3ರಷ್ಟು ಸಿಗಬೇಕು." ಹೀಗೆಂಬುದಾಗಿ ವಿಲ್ ಬರೆದಿಟ್ಟವನು ಸತ್ತನಂತರ ಹೆರಿಗೆಯಾಯಿತು. ಯಾರೂ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿರಲಿಲ್ಲ— ಒಂದು ಗಂಡು ಮಗು ಮತ್ತು ಒಂದು ಹೆಣ್ಣು ಮಗುವಿನ ಜನನವಾಯಿತು.

ಈಗ 1000 ರೂಪಾಯಿನ ಆಸ್ತಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಂಚುವಿರಿ? ಸತ್ತವನು ಬರೆದಿಟ್ಟಿದ್ದ ವಿಲ್ಲಿನ ಪ್ರಕಾರ ಹಂಚಿಕೆಯಾಗಬೇಕು. (ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ; ನಿಮಗೆ ಉತ್ತರವು ಬಂದನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರದ ಜೊತೆ ಹೋಲಿಸಿ).

ಹಲವು ವಿನೋದ ಪ್ರಸಂಗಗಳು :

(i) **ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು :** $a+b=b+a$ ಎಂಬುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯವಾದ ವಿಷಯ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಒಂದೊಂದು ವೇಳೆ ಆಗಲಾರದು, ಸಾರ್.

ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು : ಅದು ಹೇಗೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ತಿಂಡಿ ತಿಂದನಂತರ ಕಾಫಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೂ ಕಾಫಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡನಂತರ ತಿಂಡಿ ತಿನ್ನುವುದಕ್ಕೂ ನಮಗಾಗುವ ಅನುಭವ ಅಥವಾ ಮನಸ್ಸಿನ ಹಿತದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿಲ್ಲವೇ ?

(ii) ಮೇಷ್ಟ್ರು: (ಕಾಳಪ್ಪನನ್ನು ಕುರಿತು) ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿ 10 ಕುರಿಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 8 ಕುರಿಗಳು ಬೇಲಿ ದಾಟಿ ಹೊರಗೆ ಹೋದರೆ, ಇನ್ನು ಹೊಲದಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಕುರಿಗಳೆಷ್ಟು ?

ಕಾಳಪ್ಪ: ಏನೂ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ.

ಮೇಷ್ಟ್ರು: ಏನೂ ಹೀಗೆ ಹೇಳ್ತಿ ? 10 ರಲ್ಲಿ 8 ಹೋದರೆ 2 ಅಲ್ಲವೇ ?

ಕಾಳಪ್ಪ: ಇಲ್ಲಿ ಹಾಗಲ್ಲ ಸಾರ್. ಕುರಿಗಳ ವಿಷಯ ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ.

(iii) ಗುರುಗಳು: 1+1 ಎಷ್ಟು ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ: 1+1=1 ಸಾರ್.

ಗುರುಗಳು: ಅದು ಹೇಗೆ ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ: ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣದ ದ್ರವ ರೂಪದ (liquid) ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದು ಬಣ್ಣಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಒಂದು ಬಣ್ಣವೇ ಅಲ್ಲವೇ ಬರುವುದು ?

ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿ:

ಯಾವುದಾದರೊಂದು ನಿಯಮವನ್ನನುಸರಿಸಿ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಶ್ರೇಣಿ ಎನಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: 8, 11, 14, 17........ ಇವುಗಳು ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿ. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರಬೇಕಾದರೂ

(ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು)ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು.

4, 8, 16, 32........ ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿ. ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ. ವತ್ತ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಶ್ರೇಣಿಯ ಸ್ವರೂಪ ಅಥವಾ ಅದರಲ್ಲಿರುವ ನಿಯಮವನ್ನು ತಿಳಿಯಬಲ್ಲನೇ ಎಂಬುದೇ ನಮ್ಮ ಉದ್ದೇಶ. ಹಾಗೆ ಅವನು ಶ್ರೇಣಿಯ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು (ಅಥವಾ ಕನಿಷ್ಠಪಕ್ಷ ಮುಂದಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ) ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ : 80, 40, 20,........ ಇಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಆಗಬೇಕು. ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದರೆ ಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ನಿಮಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶ್ರೇಣಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮುಂದಿರಬೇಕಾದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 18, 13, 8, ...
(ii) 1, 9, 25, 49, 81,....
(iii) 1, 8, 27, 64,....
(iv) 4, 6, 9, 13,....
(v) 3, 5, 9, 17, 33,....
(vi) 1, 5, 14, 30, 55,....

(ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಿಡಿಸಲು ಕಷ್ಟವಾದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವು ಹೇಗೆ ಬಂದಿತು ಎಂಬುದು ಅನುಮಾನ ವಾದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿರುವ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಉಪಾಧ್ಯಾಯ ರನ್ನು ಕೇಳಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ).

ಇದರಲ್ಲಿ ತಪ್ಪೆಲ್ಲಿದೆ?

ಸಾಹುಕಾರ್ ರಾಮಯ್ಯನವರು ತಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಔತಣವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿದ್ದರು. ಔತಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ನೂರು ಜನ ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಊಟದ ಏರ್ಪಾಡನ್ನು ರಾಮಯ್ಯನವರು ತಮ್ಮ ಮ್ಯಾನೇಜರಿಗೆ ಬಿಟ್ಟಿದ್ದರು. ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ 100 ಜನ ಸ್ನೇಹಿತರು ಬಂದರು. ರಾಮಯ್ಯನವರು 100 ಜನರನ್ನೂ ಕರೆದುಕೊಂಡು ಊಟದ ಮನೆಗೆ ಹೋಗಿ ನೋಡಲಾಗಿ ಅಲ್ಲಿ 99 ಜನರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಮಣೆ ಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ ಊಟಕ್ಕೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಇದನ್ನು ಕಂಡ ಕೂಡಲೇ ರಾಮಯ್ಯನವರಿಗೆ ಕೋಪ ಬಂದು ತಮ್ಮ ಮ್ಯಾನೇಜ ರನ್ನು ಬರಹೇಳಿ ಪ್ರಶ್ನಿಸಿದರು. ಅದಕ್ಕೆ ಮ್ಯಾನೇಜರು "ಪರ ವಾಗಿಲ್ಲ, ನಾನು ಈಗ ಮಾಡಿರುವ ಏರ್ಪಾಡಿನಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಅವಕಾಶವಿದೆ" ಎಂದು ಹೇಳಿ ಈ ಉಪಾಯ ಮಾಡಿದರು. ಬಂದಿದ್ದ 100 ಜನರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರನ್ನು ಒಂದು ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಿ, ಎರಡನೆಯವರನ್ನು 1 ನೆಯ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ, ಮೂರ ನೆಯವರನ್ನು 2ನೆಯ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ, ನಾಲ್ಕನೆಯವರನ್ನು 3ನೆಯ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ, ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ಕೂರಿಸಿ 99ನೆಯವ

ರನ್ನು 98ನೆಯ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ, ಕೊನೆಗೆ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದವ ರನ್ನು 99ನೆಯ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಕೂರಿಸಿದರು.

(ಮ್ಯಾನೇಜರು ಮಾಡಿದುದು ಸರಿಯೇ? ಸರಿಯಾಗುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ? ತಪ್ಪೆಲ್ಲಿದೆ? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

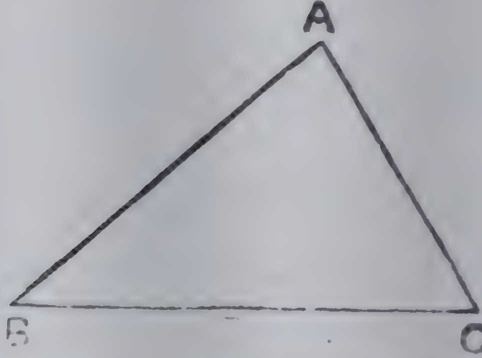
ಅರ್ಥರಹಿತವಾಗಿ ಕಾಣುವ ಸಮಸ್ಯೆ :

ಒಂದು ಊರಿನಲ್ಲಿ ಮಾದ ಮತ್ತು ಸಿದ್ದ ಎಂಬ ಇಬ್ಬರು ತೋಟಗಾರರಿದ್ದರು. ಇವರು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಬೆಳೆದು ಮಾರಿ ಜೀವನಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಹಣ್ಣನ್ನು ಮಾರಲು ಇಬ್ಬರೂ ಒಂದುದಿನ ಸಂತೆಗೆ ಹೋದರು. ಮಾದನ ಬಳಿ 100 ಹಣ್ಣು ಗಳೂ, ಸಿದ್ದನಬಳಿ 80 ಹಣ್ಣುಗಳೂ ಇದ್ದುವು. ಸಂತೆಯಲ್ಲಿ ಮಾದನು ಯಾವ ದರದಲ್ಲಿ ಹಣ್ಣನ್ನು ಮಾರುತ್ತಿದ್ದನೋ ಸಿದ್ದನೂ ಅದೇ ದರದಲ್ಲಿ ಮಾರುತ್ತಿದ್ದನು. ಇಬ್ಬರೂ ತಮ್ಮಲ್ಲಿರುವ ಹಣ್ಣುಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಮಾರಿದನಂತರ ಹಣವನ್ನು ಎಣಿಸಲಾಗಿ, ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಹಣ್ಣಿನ ಮಾರಾಟದಿಂದ ಬಂದ ಹಣವು ಒಂದೇ ಸಮನಾಗಿತ್ತು. ಇದು ಹೇಗೆ? ಇಬ್ಬರೂ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ದರಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರಿದರೆ ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಒಂದೇ ಸಮನಾಗಿ ಹಣ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಮಾದನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದುದ ರಿಂದ ಮಾದನಿಗೆ ಸಿದ್ದನಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಬರಬೇಡವೇ! ಏಕೆ ಹೀಗಾಯಿತು! ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ.

ಕತ್ತೆಗೂ ತಿಳಿದಿರುವ ಪ್ರಮೇಯ :

ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸೇರಿ ಮೂರನೆಯ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ್ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ತಿಳಿದಿದ್ದಾನೆ;

ಎಂದರೆ, ABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $BA+AC>BC$.



ಈ ಪ್ರಮೇಯವು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವುದಿರಲಿ, ಒಂದು ಕತ್ತೆಗೂ ಗೊತ್ತು ಎಂಬುದಾಗಿ ಒಬ್ಬರು ಹೇಳಿದರಂತೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ : Bನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕತ್ತೆಯನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿ, C ನಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಆಹಾರವನ್ನಿಟ್ಟರೆ, ಕತ್ತೆಯು B ಯಿಂದ Cಗೆ ನೇರವಾಗಿ BC ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬರುತ್ತದೆಯೇ ವಿನಾ, ಕತ್ತೆಯು B ಯಿಂದ Aಗೆ ಹೋಗಿ, A ಯಿಂದ Cಗೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಏತಕ್ಕೆಂದರೆ $BA+AC$ ಎನ್ನುವುದು BC ಗಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡದೆಂಬುದು ಕತ್ತೆಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಆದರೆ ಒಂದು ವಿಷಯ : $BA + AC > BC$ ಎಂಬದು ಕತ್ತೆ ಮತ್ತು ಮನುಷ್ಯ ಇಬ್ಬರಿಗೂ ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ, $BA + AC > BC$ ಎಂಬುದರ ಸಾಧನೆ (proof) ಮನುಷ್ಯನಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಗೊತ್ತು ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಿ ನಾವು ಸಮಾಧಾನ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಲ್ಲವೆ !

ಕುದುರೆಯೇನೋ ಬಿಟ್ಟಿ ಸಿಕ್ಕಿತು ಆದರೆ . . .

ಒಬ್ಬ ರಾಜಕುಮಾರನಿದ್ದನು. ಅವನಿಗೆ ಕುದುರೆ ಸವಾರಿ ಎಂದರೆ ಬಲು ಇಷ್ಟ. ಆದರೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬುದ್ಧಿಚತುರತೆ ಅಷ್ಟಿರಲಿಲ್ಲ.

ಒಂದು ದಿನ ಒಬ್ಬ ಕುದುರೆ ಮಾರುವವನು ಒಂದು ಕುದುರೆಯನ್ನು ರಾಜಕುಮಾರನ ಬಳಿಗೆ ತಂದನು. ಕುದುರೆ ಚೆನ್ನಾಗಿತ್ತು. ರಾಜಕುಮಾರನಿಗೆ ಅದನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಆಸೆಯಾಯಿತು. ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಕುದುರೆಗಳು 500 ಅಥವಾ 600 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಸಿಕ್ಕುತ್ತಿದ್ದುದರಿಂದ ಇದಕ್ಕೆ ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರು ಸಾವಿರ ರೂಪಾಯಿಗಳಾದರೂ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದಾಗಿ ರಾಜಕುಮಾರನು ಯೋಚಿಸಿದನು. ಬೆಲೆ ನಿಷ್ಕರ್ಷೆಯ ಚರ್ಚೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಯಿತು. ರಾಜಕುಮಾರನು ಕುದುರೆಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಕೇಳಿದನು. ಕುದುರೆ ಮಾರುವವನು, "ಕುದುರೆಗೋಸ್ಕರ ನನಗೆ ದುಡ್ಡು ಬೇಕಿಲ್ಲ. ಕುದುರೆಯ ಕಾಲಿನ ಲಾಳಕ್ಕೆ ಹಾಕಿರುವ 20 ಮೊಳೆಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡರೆ ಕುದುರೆಯನ್ನು ಮುಫತ್ತಾಗಿ ಕೊಡುತ್ತೇನೆ" ಎಂದನು. ರಾಜಕುಮಾರನಿಗೆ ಖುಷಿಯಾಯಿತು. ಮೊಳೆಗಳ ಬೆಲೆ ಕೇಳಿದನು. ಅದಕ್ಕೆ ಕುದುರೆಯ ಮಾಲೀಕನು, "1 ನೆಯ ಮೊಳೆಗೆ 3 ಪೈಸಾ. 2ನೆಯ ಮೊಳೆಗೆ 6 ಪೈಸಾ, 3 ನೆಯ ಮೊಳೆಗೆ 12 ಪೈಸಾ. 4ನೆಯ ಮೊಳೆಗೆ 24 ಪೈಸಾ, ಇತ್ಯಾದಿ ಪ್ರತಿಮೊಳೆಗೂ ಹಿಂದಿನ ಮೊಳೆಯ ಎರಡರಷ್ಟು ಬೆಲೆ" ಎಂದು ಹೇಳಿದನು. ರಾಜಕುಮಾರನು ಇಷ್ಟು ಅಗ್ಗವಾಗಿ ಕುದುರೆ ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲಾ ಎಂಬುದಾಗಿ ಸಂತೋಷದಿಂದ ಹಿಗ್ಗಿ ಹೋಗಿ ತಕ್ಷಣವೇ "ಆಗಬಹುದು" ಎಂದು ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡುಬಿಟ್ಟನು.

ಕುದುರೆಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಬಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಊಹಿಸ ಬಲ್ಲಿರಾ ?

ರಾಜಕುಮಾರನು ಕುದುರೆಯವನಿಗೆ ಸುಮಾರು ಮೂವತ್ತೊಂದು ಸಾವಿರಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕಾಗಿ ಬಂದಿತು.

ಇದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿರಬಹುದು. 3 ಪೈಸಾ, 6 ಪೈಸಾದಿಂದ ಶುರುವಾಗಿ ಮೂವತ್ತೊಂದು ಸಾವಿರಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ! ಎಂಬುದಾಗಿ ನಿಮಗೆ ಶಂಕೆಯಾಗಿರಬಹುದು. ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶ್ರೇಣಿ (Geometrical Progression) ಎಂಬುದರ ರೀತಿಯೇ ಹೀಗೆ. ನಿಮಗೆ ಸಮಾಧಾನವನ್ನುಂಟುಮಾಡಲು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಎಷ್ಟನೆಯ ನೊಳೆ	ಅದರ ಬೆಲೆ ರೂ. ಪೈ.
1	0-03
2	0-06
3	0-12
4	0-24
5	0-48
6	0-96
7	1-92
8	3-84
9	7-68
10	15-36
11	30-72
12	61-44
13	122-88
14	245-76
15	491-52
16	983-04
17	1966-08
18	3932-16
19	7864-32
20	15728-64
ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ	31457-25

ಕೊಂಡಿಗಳಿಂದಾಗಿರುವ ಸರಪಣಿ

ಒಬ್ಬ ಸಾಹುಕಾರನು ಒಂದು ಹೊಸ ಊರಿಗೆ ಹೋಗು ತ್ತಾನೆ. ಅಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೋಟಲಿನಲ್ಲಿ 7 ದಿನಸ ಇರಬೇಕಾಗಿದೆ. ಕಾರಣಾಂತರದಿಂದ ದುಡ್ಡು ಮುಗಿದುಹೋಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅವನ ಹತ್ತಿರ 7 ಕೊಂಡಿಗಳಿಂದಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚಿನ್ನದ ಸರಪಣಿ (AH) ಇದೆ. ಹೋಟಲಿನ ಮಾಲೀಕ ಸಾಹುಕಾರನಿಂದ

A B C D E F G H

ಪ್ರತಿದಿನಸದ ಊಟವಸತಿಗಾಗಿ ಒಂದೊಂದು ಕೊಂಡಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿಯೂ, ಸಾಹುಕಾರನು ಊರಿಗೆ ಹೋಗಿ ಹಣವನ್ನು ಕಳುಹಿಸಿದ ನಂತರ ಕೊಂಡಿಗಳ ಚೂರೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಅವನಿಗೆ ಕಳುಹಿಸುವುದಾಗಿಯೂ ಒಪ್ಪುತ್ತಾನೆ. ಸಾಹುಕಾರನೂ ಅದಕ್ಕೆ ಒಪ್ಪುವನಾಗಿದ್ದಾನೆ. ಆದರೆ ಸಾಹುಕಾರನಿಗೆ ಸರಪಣಿ ಯನ್ನು 7 ಚೂರುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟವಿಲ್ಲ. ದಿನಕ್ಕೊಂದ ರಂತೆ ಕೊಂಡಿಯನ್ನು ಕೊಡದಿದ್ದರೆ ಮಾಲೀಕನು ಬಿಡುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಬಲ್ಲವರೊಬ್ಬರು ಒಂದು ಉಪಾಯವನ್ನು ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟರಂತೆ. ಆ ಉಪಾಯ ಹೀಗಿದೆ.

ಸರಪಣಿಯನ್ನು Bನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು Dನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಸಾಕು :

ಮೊದಲನೆಯ ದಿವಸಕ್ಕೆ	A Bಯನ್ನು ಕೊಡುವುದು.
ಎರಡನೆಯ ದಿವಸಕ್ಕೆ	B D ಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು A B ಯನ್ನು ವಾಪಸು ಪಡೆಯುವುದು.
ಮೂರನೆಯ ದಿವಸಕ್ಕೆ	A Bಯನ್ನು ಕೊಡುವುದು.

ನಾಲ್ಕನೆಯ ದಿನಸಕ್ಕೆ DH ಕೊಟ್ಟು AB, BD ಗಳನ್ನು ವಾಪಸು ಪಡೆಯುವುದು.

ಐದನೆಯ ದಿನಸಕ್ಕೆ AB ಕೊಡುವುದು.

ಆರನೆಯ ದಿನಸಕ್ಕೆ BD ಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು AB ಯನ್ನು ವಾಪಸು ಪಡೆಯುವುದು.

ಏಳನೆಯ ದಿನಸಕ್ಕೆ AB ಯನ್ನು ಕೊಡುವುದು.

ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಚಿನ್ನದ ಸರಪಣಿಯನ್ನು 7 ಚೂರುಗಳಾಗಿ ಮಾಡುವುದರ ಬದಲು 3 ಚೂರುಗಳಾಗಿ (AB, BD, DH) ಮಾತ್ರ ಮಾಡಲಾಯಿತು.

ನೀವೂ ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ. ಸರಪಣಿಯು 15 ಕೊಂಡಿಗಳಿಂದಾಗಿವೆಯೆಂದು ಯೋಚಿಸೋಣ. ಸಾಹುಕಾರನು ಹೋಟಲಿನಲ್ಲಿ 15 ದಿನಸಗಳವರೆಗೆ ಇರಬೇಕೆಂದು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಒಂದು ಕೊಂಡಿಯನ್ನು ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಸರಪಣಿಯನ್ನು 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು. 1 ಕೊಂಡಿಯದು, ನಂತರ 2 ಕೊಂಡಿಯದು, ನಂತರ 4 ಕೊಂಡಿಯದು; ಕಡೆಯದಾಗಿ ಉಳಿಯುವ 8 ಕೊಂಡಿಯದು. ಈ ಚೂರುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗುವುದು, 15 ದಿನಸಗಳ ಇರುವಿಕೆಗೆ ಸರಿಹೋಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬ ವಿಷಯವನ್ನು ನೀವು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ. ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವಂತೆ ನೀವೂ 15 ಕೊಂಡಿಯುಳ್ಳ ಸರಪಣಿಯ ಚಿತ್ರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟು 15 ದಿನಸಗಳ ಕೊಂಡಿ

ಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ವಿಶದವಾಗಿ ಬರೆದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ನಂತರ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸ್ವಾರಸ್ಯದ ಅನುಭವವು ನಿಮಗೆ ಆಗುವುದು.

ಅಕ್ಷರ ಪಲ್ಲಟ

ಇದೊಂದು ಹೊಸ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆ. ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಆ ಪದದಲ್ಲಿ ಸ್ವರ ಮತ್ತು ವ್ಯಂಜನಗಳಿರುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡಿ ಪುನಃ ನಿಮಗಿಷ್ಟ ಬಂದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಜೋಡಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದ ಒಂದು ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಪದವಾಗಬೇಕು. ನಿಮಗೆ ಮೊದಲು ಕೊಡುವ ಪದಕ್ಕೆ ಅರ್ಥವಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲದಿರಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ : ಹುರಿದಾನ.

ಈ ಪದದಲ್ಲಿರುವ ಸ್ವರ ಮತ್ತು ವ್ಯಂಜನಗಳು ಹೀಗಿವೆ :

ಹ್, ಉ, ರ್, ಇ, ದ್, ಆ, ನ್, ಅ

ಇವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದರೆ

ಹ್ ಅ ದ್ ಇ ನ್ ಆ ರ್ ಉ

ಅಥವಾ

ಹದಿನಾರು

ಎಂಬ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಪದವಾಗುವುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ ನೀವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಹಲವು ಪದಗಳನ್ನು ಈಗ ಕೊಡಲಾಗುವುದು.

ಶೋಕದಿಟ	ಖೋಳಗ
ರಾಗಕಾಣು	ಮಾಸಾನಂತರ
ಎಡರು	ಪದಬುಧಿಂ
ರೂಮು	ಹೇಳುನದಿ
ಮರಣಾಪಿ	ಕಣಮೋಸ

ಇಂಗ್ಲೀಷನಲ್ಲಿಯೂ ಇದೇ ರೀತಿಯ ವಿನೋದಗಳಿವೆ: ದತ್ತ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿ ಗಣಿತದ ಪದಗಳು ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ.

a) DAD b) SEIN c) SNEEV d) CLOUS e) CRELIC.

ಉತ್ತರಗಳು: ADD; SINE; SEVEN; LOCUS; CIRCLE.

ಶನೀಶ್ವರ ಮತ್ತು ಗುರು

ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರವು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಒಂದು ಭಾಗ. ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಅಧ್ಯಯನದಿಂದ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ಒಂಭತ್ತು ಗ್ರಹಗಳು ಸುತ್ತುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿಯಬರುವುದು. ಈ ಒಂಭತ್ತು ಗ್ರಹಗಳ ಪೈಕಿ ಶನಿ ಮತ್ತು ಗುರು ಎರಡು ಗ್ರಹಗಳು. ಇವುಗಳ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ಭಾರತೀಯರು ಬಹಳ ಹಿಂದೆಯೇ ನಡೆಸಿದ್ದರು. ಈ ಎರಡು ಗ್ರಹಗಳ ಹೆಸರಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಹಾಗೆ ಒಂದು ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಪ್ರಸಂಗವಿದೆ. ತಿಳಿಯಲರ್ಹವಾಗಿದೆ.

ಶನಿಗ್ರಹವನ್ನು ನಮ್ಮವರು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಎಲ್ಲಾ ಗ್ರಹಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಇದು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಚಲಿಸುವುದೆಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿದರು. ಆದುದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಆಗಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಶನೈಃ ಚರ ಎಂದರೆ "ನಿಧಾನವಾಗಿ ಹೋಗತಕ್ಕದ್ದು" ಎಂಬುದಾಗಿ ಕರೆದರು, ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ 'ಶನೈಃ ಚರ' ಅಥವಾ 'ಶನೈಃಶ್ಚರ' ಎಂಬುದು ಮಾರ್ಪಾಟಾಗಿ 'ಶನೀಶ್ವರ' ಎಂಬ ಹೆಸರನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದೆಯಂತೆ.

ಭಾರತೀಯರು ಗುರುಗ್ರಹದ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ನಡೆಸಿ ಗ್ರಹಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಗುರುಗ್ರಹವು ಅತಿ ದೊಡ್ಡದು ಎಂಬುದಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಗ್ರಹಕ್ಕೆ 'ದ್ಯುಪಿತಾ' ಎಂದರೆ 'ಅಂತರಿಕ್ಷದ ತಂದೆ' ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟರು. 'ದ್ಯುಪಿತಾ' ಎಂಬ ಪದವು ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ 'ಜ್ಯೂಪಿಟರ್' (Jupiter) ಎಂಬುದಾಗಿ ಮಾರ್ಪಾಟಾಯಿತಂತೆ [ಗುರು ಗ್ರಹವನ್ನು ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ ಜ್ಯೂಪಿಟರ್ (Jupiter) ಎಂಬುದಾಗಿ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ].

ಊಹೆ ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಸರಿನೋಡುವ ಕ್ರಮ

[Trial and Error]

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಉಪಾಯವನ್ನು ಒಂದೇ ಮಾತಿನಲ್ಲಿ ಹೇಳಿಕೊಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಹಲವು ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೊಡಬಹುದೇ ವಿನಾ ಯಾವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಬಂದರೂ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೊರಡಿ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಉತ್ತರಕೊಡುವ ಮಾರ್ಗವು ಬಹು ಮಟ್ಟಿಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಬುದ್ಧಿವಂತನಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನ್ನ ಮುಂದಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು. ಮೊದಲನೇ ಒಂದೆರಡು ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಸಫಲದಾಗದಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ಹೀಗೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಯತ್ನಗಳೇ ಅವನ ಬುದ್ಧಿಯನ್ನು ಚುರುಕುಗೊಳಿಸಿ ಕೊನೆಗೆ ಅವನಿಗೆ ಫಲ ದೊರಕಿಸಿ ಕೊಡುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಮೊದಲು ನಿರಾಶೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ ಕೊನೆಗೆ ಜಯವನ್ನು ಗಳಿಸಿಕೊಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉದಹರಿಸಲು ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದೇ ಸಮನಾದ ಹಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕು (ಬೆಂಕಿ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನಿಟ್ಟು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು).


ಚಿತ್ರ 1

(a) ಇಲ್ಲಿ 17 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 6 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಪೈಕಿ ಯಾವುದಾದರೂ 5 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕುವುದರ ಮೂಲಕ ಮೊದಲಿನ ಗಾತ್ರದ 3 ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯಬೇಕು. ಪ್ರಯತ್ನ ಪಟ್ಟು ನೋಡಿ (ಉಳಿಯುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಡ್ಡಿಯೂ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಚೌಕದ ಬಾಹುವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯಬೇಕು;

ಯಾವ ಚೌಕಕ್ಕೂ ಸೇರದಿರುವ ಒಂಟಿ ಕಡ್ಡಿ ಉಳಿಯಬಾರದು; ಈ ಮಾತು ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.)

(b) ಇಲ್ಲಿ 24 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 9 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪೈಕಿ ಯಾವುದಾದರೂ 4 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕುವುದರ ಮೂಲಕ ಮೊದಲಿನ ಗಾತ್ರದ 5 ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯಬೇಕು.



ಚಿತ್ರ 2

(c) ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ಯಾವ 8 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಿದರೆ 2 ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ?

ಮೆದುಳನ್ನು ತಿರುವಿ ಹಾಕುವ ಸಮಸ್ಯೆ

(a) ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಅನೇಕರಿಗೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಗೊತ್ತಿರಬಹುದು ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನು ತನ್ನ ಬಳಿ ಒಂದು ಹುಲಿ, ಒಂದು ಕುರಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಹುಲ್ಲುಹೊರೆ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ನದಿಯ ಒಂದು ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಮೂರನ್ನೂ ನದಿಯ ಆಚೆ ದಡಕ್ಕೆ ಒಯ್ಯಬೇಕು. ದೋಣಿಯಲ್ಲಿ ಇವನು ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ ಈ ಮೂರರಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದನ್ನು ಒಯ್ಯಬಹುದು. ಹೀಗಿದ್ದರೆ ಈ ಮೂರನ್ನೂ ಅವನು ಸಾಗಿಸುವ ಬಗೆ ಹೇಗೆ? (ಅವನಿಲ್ಲದಿರುವ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ನದಿಯ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಹುಲಿ,

ಕುರಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಹುಲಿ ಕುರಿಯನ್ನು ತಿಂದುಬಿಡುತ್ತದೆ; ಅಥವಾ ಕುರಿ ಹುಲ್ಲುಹೊರೆ ಇದ್ದರೆ, ಕುರಿ ಹುಲ್ಲು ಹೊರೆಯನ್ನು ತಿಂದು ಬಿಡುತ್ತದೆ.)

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಆದರೆ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾದ ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಇದೆ. ಅದೇನೆಂದರೆ :

(b) A, B, C ಎಂಬ ಮೂವರು ಗಂಡಸರು X, Y, Z ಎಂಬ ತಮ್ಮ ತಮ್ಮ ಪತ್ನಿಯರೊಂದಿಗೆ ನದಿಯ ಒಂದು ದಡಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತಾರೆ. ದೋಣಿಯ ಮೂಲಕ ಇವರೆಲ್ಲರೂ ಆಚೆ ದಡಕ್ಕೆ ಹೋಗಬೇಕು. ಇವರೆಲ್ಲರಿಗೂ ದೋಣಿ ನಡೆಸಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ ಇಬ್ಬರಿಗಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ದೋಣಿಯಲ್ಲಿ ಕೂರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇವರೆಲ್ಲರೂ ಆಚೆ ದಡಕ್ಕೆ ಹೋಗುವುದು ಹೇಗೆ? **X,Y,Z ಎಂಬ ಮೂವರು ಹೆಂಗಸರಲ್ಲಿ ಯಾರೂ ತಮ್ಮ ತಮ್ಮ ಪತಿಯು ತಮ್ಮ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿಲ್ಲದಿರುವಾಗ ಪರ ಪುರುಷನೊಡನೆ ನದಿಯ ಯಾವ ದಡದಲ್ಲಿಯೂ ಇರ ಬಾರದು.**

ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಎತ್ತದೆ 4 ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸಬೇಕು :

ಇಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಒಂಭತ್ತು ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

*   *   *

*   *   *

*   *   *

ಈಗ ನಿಮಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಇದು : ಈ 9 ಚುಕ್ಕಿ ಗಳ ಮೂಲಕ 4 ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಹೋಗುವಂತೆ ರೇಖೆ

ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು ಮತ್ತು ಈ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ನಂತರ ನಾಲ್ಕು ರೇಖೆಗಳು ಮುಗಿಯುವ ವರೆಗೂ ಪೆನ್ಸಿಲನ್ನು ಕಾಗದದಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎತ್ತಬಾರದು.

ಮೊದಲು ಹಲವಾರು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಿ ನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡಿ.

ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಅವುಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಯೋಚನಾ ಶಕ್ತಿ ಚೆನ್ನಾಗಿರಬೇಕು. ಹಲವು ಬಾರಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅವನು ಬಲು ಚುರುಕಾಗುತ್ತಾನೆ. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿರುವ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡ ಬಳಿಕ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಹೇಳಿದರೆ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ತಾನೇ ಹೇಳುವ ಶಕ್ತಿ ಅವನಿಗೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು A, B ಗಳೆಂದು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ :

A	B
2	5
3	8
4	11
5	?
?	23

ಇವುಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದರೆ Bಯು A ಯ 3 ರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ $A=5$ ಆದರೆ $B=5\times3-1=14$.

ಹೀಗೆಯೇ $B=23$ ಆದರೆ $A=(23+1)\div3=8$.

ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a)

A	B
2	2
3	7
4	14
6	?
?	98

(b)

A	B
2	12
5	21
?	27
8	30
15	?

(c)

A	B
2	28
9	21
15	15
?	20
13	?

(d)	A	B
	2	1
	4	4
	6	9
	8	16
	10	?
	?	64

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶನ ತೀರ್ಪು ಸರಿಯೆ ?

ರಾಮನ ಬಳಿಯಲ್ಲಿ 7 ರೊಟ್ಟಿಗಳೂ, ಕೃಷ್ಣನ ಬಳಿಯಲ್ಲಿ 5 ರೊಟ್ಟಿಗಳೂ ಇದ್ದುವು. ಗೋವಿಂದನು ಇವರ ಬಳಿಗೆ ಬಂದನು. ನಂತರ ಮೂವರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ ಅಲ್ಲಿ ಇದ್ದ ಎಲ್ಲ ರೊಟ್ಟಿಗಳನ್ನೂ ಸಮವಾಗಿ ತಿಂದರು. ನಂತರ ಗೋವಿಂದನು ಹೊರಡುವ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿ 12 ರೂ. ಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟು ಹೊರಟು ಹೋದನು. ಇದರ ಪೈಕಿ ರಾಮನು ತನ್ನಲ್ಲಿ 7 ರೊಟ್ಟಿಗಳಿದ್ದುದರಿಂದ 7 ರೂ. ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಕೃಷ್ಣನಲ್ಲಿ 5 ರೊಟ್ಟಿಗಳಿದ್ದುದರಿಂದ ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ 5 ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟನು. ಇದನ್ನು ಕಂಡು ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ ಅಸಮಾಧಾನವಾಯಿತು. ಕೃಷ್ಣನು “ ನನಗೆ 5 ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ನೀನು 7 ರೂ. ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಸರಿಯಲ್ಲ. ನಾನೂ ನೀನೂ ಸಮವಾಗಿ ತಿಂದಿರುವುದರಿಂದ ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಆರು ಆರು ರೂ. ಗಳು ಬರಬೇಕು” ಎಂದು ಹೇಳಿದನು. ಹೀಗೆ ರಾಮನೂ ಕೃಷ್ಣನೂ ಬಹಳ ಹೊತ್ತು

ಜಗಳವಾಡಿ, ಕೊನೆಗೆ ಕೃಷ್ಣನು ಒಬ್ಬ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶನ ಬಳಿಗೆ ಹೋಗಲು ಒಪ್ಪಿದನು.

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶನು ಇವರ ಮಾತುಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ, ರಾಮನಿಗೆ 9 ರೂ. ಗಳನ್ನೂ ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ 3 ರೂ. ಗಳನ್ನೂ ಕೊಡಿಸಿದನು. ಜಗಳವಾಡಿದುದರಿಂದ ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ ಇನ್ನೂ 2 ರೂ. ಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತು. ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನೆಂದು ಕೃಷ್ಣನು ನ್ಯಾಯಾಧೀಶನನ್ನು ಕೇಳಲು, ಗಣಿತವನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶನು ತನ್ನ ತೀರ್ಪಿಗೆ ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿದನು. ಈ ಕಾರಣವೇನು ? ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ? (ಕಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡಲು ಆತುರಪಡಬೇಡಿ.)

ಇದು ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ ?

(i) ನೀವು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದಕ್ಕೆ 3 ಸೇರಿಸಿ, 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ನಂತರ 4 ಸೇರಿಸಿ. ಈಗ ಅದರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧವನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಿ. ಉಳಿದುದರಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಹಾಕಿ ಬರುವುದಕ್ಕೆ 15 ಸೇರಿಸಿದರೆ 20 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ

(ii) ನೀವು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು 10 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದರಲ್ಲಿ 7 ನ್ನು ಕಳೆದು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, 18 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಅದರಲ್ಲಿ

ನಿಮ್ಮ ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಉಳಿದುದರಲ್ಲಿ 3 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 1 ಬರುತ್ತದೆ.

ಈ ಎರಡು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ನೀವು ಮಾಡಿದ ನಂತರ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರಿಗೆ ಹೇಳಿ ನೋಡಿ. ಅವರಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ನಿಮ್ಮ ಮುಂದೆ ಎಷ್ಟು ಜನರಿದ್ದರೂ ಸರಿ, ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಕಿ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವುದನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು. ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಬಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಬಹು ಸುಲಭವಾಗಿವೆ. ಬುದ್ಧಿವಂತನಾದ ಹೈಸ್ಕೂಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಯಾವ ಕಷ್ಟವೂ ಇಲ್ಲದೆ ಕಡೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸರಿಯಾದುದಕ್ಕೆ ವಿವರಣೆ ಕೊಡುತ್ತಾನೆ. ನಂತರ ನೀವೂ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಿ.

ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧವಾದ ಹಾಸ್ಯ ಚಟಾಕಿಗಳು

(i) **ಮ್ಯಾನೇಜರು** :—ನಿಮಗೆಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು?
ಗುಮಾಸ್ತರು :—3 ಗಂಡು, 2 ಹೆಣ್ಣು ಸ್ವಾಮಿ
ಮ್ಯಾನೇಜರು :—ಒಟ್ಟಿಗೆ 5?
ಗುಮಾಸ್ತರು :—ಇಲ್ಲ ಸ್ವಾಮಿ, ಒಂದೊಂದು ಸಲ ಒಂದೊಂದು.

(ii) ಸಾಹೇಬರಿಗೆ ಮೈ ಕೈ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಬೆಳೆದಿತ್ತು. ಒಂದು ದಿನ ನಾಟಕ ನೋಡಬೇಕೆನ್ನಿಸಿತು. ತಮ್ಮ ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸೀಟು ಸಾಲದೆಂದೂ ಅನಾನುಕೂಲವಾಗುವುದೆಂದೂ ಎರಡು ಸೀಟುಗಳಾದರೆ ಆರಾಮವಾಗಿ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂದೂ

ಯೋಚಿಸಿದರು. ತಮ್ಮ ಜವಾನನನ್ನು ಕರೆದು ಎರಡು ಸೀಟ್ ರಿಸರ್ವ್ ಮಾಡಿಸಿ ಬರುವಂತೆ ಹೇಳಿ ಹಣ ಕೊಟ್ಟು ಕಳುಹಿಸಿದರು. ಆದರೆ ನಾಚಿಕೆಯಿಂದಲೋ ಅಥವಾ ಮತ್ಯಾವ ಕಾರಣದಿಂದಲೋ ಸಾಹೇಬರು ಜವಾನನಿಗೆ 2 ಸೀಟು ಬೇಕಾದುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಲಿಲ್ಲ. ಸ್ವಲ್ಪ ಕಾಲದ ಮೇಲೆ ಜವಾನನು ಹಿಂದಿರುಗಿದನು.

ಸಾಹೇಬರು:—ಟಿಕೆಟ್ಟುಗಳನ್ನು ತಂದೆಯಾ ?

ಜವಾನ :—ಹೌದು ಬುದ್ಧಿ.

ಸಾಹೇಬರು :—ಎರಡು ಸೀಟು ರಿಸರ್ವ್ ಮಾಡಿಸಿದೆಯಾ ?

ಜವಾನ :—ಹೌದು ಬುದ್ಧಿ ! ಆದರೆ (rush) ಇದ್ದಿದ್ದರಿಂದ 1 ಸೀಟನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಮೂರನೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ರಿಸರ್ವ್ ಮಾಡಿಸಿ ಬಂದೆ.

* * *

ತಾಯಿ :—ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಟಿಕೆಟ್ ಉಂಟೇ ?

ಬಸ್ ಕಂಡಕ್ಟರ್ :—ಹತ್ತರ ಒಳಗೆ ಇದ್ದರೆ ಇಲ್ಲಾ ತಾಯಿ.

ತಾಯಿ :—ಹಾಗಾದ್ರೆ ಸರಿ ; ನನಗೆ ಎಂಟೇ ಜನ ಮಕ್ಕಳಿರೋದು.

(iv) ಒಂದು ದಿನ ಒಬ್ಬ ಯಜಮಾನನು ತನ್ನ ಆಳನ್ನು 20 ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳ ಒಂದು ಪ್ಯಾಕೆಟ್ಟನ್ನು ತರಲು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗೆ ಕಳುಹಿಸಿದನು. ಆಳು ವಾಪಸ್ಸು ಬಂದು ತನಗೆ 20 ಬಿಸ್ಕತ್ತಿನ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಸಿಗಲಿಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳಿದನು.

ಯಜಮಾನ :—ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಸ್ಕತ್ತೇ ಇರಲಿಲ್ಲವೇ ?

ಆಳು :—ಇತ್ತು ; ಆದರೆ ಹತ್ತತ್ತರ ಪ್ಯಾಕೇಟ್‌ಗಳಿದ್ದುವು.

ಯಜಮಾನ :—ಅಂತಹ ಎರಡು ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ತಂದಿದ್ದರೆ ಆಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲವೆ ?

ಆಳು :—ತಿಳಿಯಲಿಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದು ಸಲ ಜ್ಞಾಪಕದಲ್ಲಿಟ್ಟಿರುತ್ತೇನೆ.

ಕೆಲವು ದಿವಸಗಳ ನಂತರ ಆಳು ಮಾರ್ಕೆಟ್ಟಿನಿಂದ ವಾಪಸ್ಸು ಬಂದನು.

ಯಜಮಾನ :—ಇದೇನು ? ಎರಡು ವರ್ತಮಾನ ಪತ್ರಿಕೆಗಳನ್ನು ತಂದಿದ್ದೀ ?

ಆಳು :—ಹೌದು. ನೀವು ಹೇಳಿದ 20 ನೆಯ ತಾರೀಕಿನದು ಇರಲಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 10 ನೆಯ ತಾರೀಕಿನದು ಎರಡನ್ನು ತಂದಿದ್ದೇನೆ.

(v) **ಹೆಂಡತಿ** :—(ಸ್ನೇಹಿತೆಯನ್ನು ಕುರಿತು) ನಮ್ಮ ಯಜಮಾನರಿಗೆ ನೆನ್ನೆಯೆಲ್ಲಾ ನಿದ್ರೆಯೇ ಬರಲಿಲ್ಲಾ. ನೆನ್ನೆ ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ 'ಸೂರ್ಯ ಇನ್ನು 8 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಇರುವುದಿಲ್ಲಾ' ಎಂಬುದಾಗಿ ಇತ್ತು. ಸದ್ಯ ಈ ದಿನದ ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ 'ಅದು 8 ಕೋಟಿ ಅಲ್ಲ; 80 ಕೋಟಿ' ಎಂಬ ತಿದ್ದುಪಡಿಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ಈಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಾಧಾನ.

'ಸರಿ ತಪ್ಪು' ಇದರ ಪರೀಕ್ಷೆ

ಈ ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ತಮಗೆ ತಾವೇ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಎಷ್ಟು ಅಂಕಗಳು ಬರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಹತ್ತು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದೆ. ಆ ವಿಷಯವು ಸರಿಯೇ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೇ ಯೋಚಿಸಿ. ಬೇರೆ ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ 'ಸರಿ' ಅಥವಾ 'ತಪ್ಪು' ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿನೋಡಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳ ಪೈಕಿ ಎಷ್ಟು ಉತ್ತರಗಳು ಅಲ್ಲಿರುವಂತೆಯೇ ಇವೆಯೆಂದು ನೋಡಿ. ಒಂದೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೂ ಒಂದೊಂದು ಅಂಕವನ್ನು ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಹತ್ತಕ್ಕೆ ಐದು ಅಂಕಗಳಾದರೂ ಬಂದರೆ ಪಾಸು ಮತ್ತು ಎಂಟು ಅಂಕಗಳಾದರೂ ಬಂದರೆ ಪ್ರಥಮ ದರ್ಜೆ.

(i) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

(ii) ಒಂದು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಯಾವಾಗಲೂ ಕಮ್ಮಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(iv) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡರಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಮೊದಲಿನ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟು ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

(v) ಇಬ್ಬರು ಮನುಷ್ಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಪ್ರಮಾಣವು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

(vi) ಇಬ್ಬರು ಮನುಷ್ಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

(vii) ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೊತ್ತವು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ಎಂದಿಗೂ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

(viii) A ಯು B ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡವನು; C ಯು B ಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕವನು. ಆದುದರಿಂದ A ಯು C ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡವನು.

(ix) ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಗಿಂದ ದೊಡ್ಡದು.

(x) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಡೆಯ ಅಂಕವು 4 ಅಥವಾ 8 ಆಗಿದ್ದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯದ್ಭುತ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದವರಲ್ಲಿ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ (1887–1920) ಒಬ್ಬರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿದೆಶೆಯಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಲಾಗದಷ್ಟು ಬಡತನವನ್ನನುಭವಿಸಿ, ತಮ್ಮ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಅಸಾಧಾರಣ ಬರವಣಿಗೆಯಿಂದ ಪಾಶ್ಚಿಮಾತ್ಯರ ಗಮನವನ್ನು ತಮ್ಮ ಕಡೆಗೆ ಸೆಳೆದು ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿಗೆ ಹೋಗಿ ಎಫ್. ಆರ್. ಎಸ್. (F. R. S.) ಪ್ರಶಸ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆದರು. ಈ ಪ್ರಶಸ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆದವರಲ್ಲಿ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರೇ ಮೊದಲನೆಯ ಭಾರತೀಯರು.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ 1, 2, 3,.... .... ಮುಂತಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ನಿಕಟ ಸ್ನೇಹಿತರಾಗಿ ಹೋಗಿದ್ದುವು. ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರಿಗೆ ಸದಾ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಕಣ್ಣೆದುರಿಗೇ ಇರುತ್ತಿದ್ದುವೋ ಏನೋ ಎಂಬಂತಿತ್ತು. ಒಂದು ದಿನ ಪ್ರೊ|| ಜಿ. ಎಚ್. ಹಾರ್ಡಿ (G.H. Hardy) ಯವರು ಅಸ್ವಸ್ಥರಾಗಿದ್ದ ರಾಮಾನುಜನ್ ರವರನ್ನು ನೋಡಲು 1729 ನೇ ನಂಬರಿನ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ಕುಳಿತು ಹೋದರು. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರನ್ನು ಕುರಿತು, "1729 ನೇ ನಂಬರು ($7 \times 13 \times 19$) ನನಗೇಕೋ ಬಹು ಸಪ್ಪೆಯಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ; ಏನಾದರೂ ಅಶುಭ ಸೂಚಕವೋ ಏನೋ!" ಎಂದು ಹೇಳಿದರು. ಕೂಡಲೇ ರಾಮಾನುಜನ್ ರವರು, "ಹಾಗಲ್ಲ. 1729 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬಹು ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾದದ್ದು. ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 1729 ಎಂಬುದೇ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು" ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಿದರು.

$$12^3 + 1^3 = 1729 = 10^3 + 9^3$$

ರಸ್ತೆ ಮತ್ತು ಕಟ್ಟಡಗಳ ಗಾತ್ರಗಳು ಬದಲಾಯಿಸುವುವೇ?

ನಮ್ಮಲ್ಲನೇಕರಿಗೆ ಒಂದು ವಿಚಿತ್ರ ಅನುಭವವು ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ನಾವು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಊರಿನಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ.

ಎಂದರೆ 8 – 10 ವರ್ಷಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, ವಾಸಿಸಿರುತ್ತೇವೆ, ನಂತರ ಕಾರಣಾಂತರದಿಂದ ಆ ಊರನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆಕಡೆ ಹೋಗಿ 20 – 25 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ನಮ್ಮ ಹಳೆಯ ಊರಿಗೆ ಹೋದರೆ ಒಂದು ರೀತಿಯಾದ ದಿಗ್ಭ್ರಾಂತಿಯುಂಟಾಗುವುದು. ರಸ್ತೆಗಳ ಅಗಲವು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿ ಹೋಗಿರುವಂತೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ; ಬಹು ಎತ್ತರವಾಗಿದ್ದ ಮನೆಗಳು ಬಹು ಕುಳ್ಳಾಗಿ ಹೋಗಿರುವಂತೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತವೆ; ಬಹು ದೂರ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟಿಸುತ್ತಿದ್ದ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ಅಂತರವು ಏನೇನೂ ದೂರವೇ ಇಲ್ಲವಲ್ಲಾ ಎಂಬ ಹೊಸ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿಲ್ಲವೆಂಬ ನಂಬಿಕೆ ನಮಗಿರುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ಅದೇ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಕಣ್ಣಿನ ಸಾಕ್ಷಿಗಿಂತಲೂ ಸಾಕ್ಷಿಯೇ ಎಂಬ ಯೋಚನೆಯು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೀತಿಯಾದ ಗಡಿಬಿಡಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಲು ಕಾರಣ ಗಾತ್ರದ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಬದಲಾವಣೆ. ದೊಡ್ಡವರಿಗೆ 1 ಗಜದ ಉದ್ದ ಯಾವ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟಿಸುವುದೋ, ಮಗುವಿಗೆ ಪ್ರಾಯಶಃ 1 ಅಡಿ ಉದ್ದವು ಅದೇ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಪದಾರ್ಥದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಅರಿಯಲು ಆ ಪದಾರ್ಥದ ಲಕ್ಷಣಗಳು ಎಷ್ಟು ಮುಖ್ಯವೋ ಅಳೆಯುವ ಗಜಕಡ್ಡಿ ಅಥವಾ ದೃಷ್ಟಿಕೋಣವೂ ಅಷ್ಟೇ ಮುಖ್ಯ.

40 ಸೇರಿನ ಕಲ್ಲು 4 ಚೂರುಗಳಾಗಿ ಒಡೆಯಿತು

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯ ಬಳಿ 40 ಕಿಲೊಗ್ರಾಂ ತೂಕದ ಕಲ್ಲು ಇತ್ತು. ಒಂದು ದಿನ ಈ ಕಲ್ಲು ಕೆಳಗೆ ಬಿದ್ದು ನಾಲ್ಕು ಚೂರುಗಳಾಗಿ ಒಡೆದುಹೋಯಿತು. ಹೀಗೆ ಒಡೆದುಹೋದ ನಾಲ್ಕು ಚೂರುಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ 1, 2, 3, ... ಇತ್ಯಾದಿ 40 ಕಿಲೊಗ್ರಾಂನವರೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಿಲೊಗ್ರಾಂಗಳನ್ನಾದರೂ ತಕ್ಕಡಿಯಲ್ಲಿ ತೂಗಿಕೊಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. ಹಾಗೆ ತೂಗಿಕೊಡಲು ಹಲವು ಚೂರುಗಳನ್ನು ತಕ್ಕಡಿಯ ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲೂ, ಇನ್ನೂ ಹಲವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲೂ ಹಾಕುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಬೀಳುವುದು ಅಥವಾ ಕೆಲವು ವೇಳೆ ಒಂದೇ ಚೂರು ಸಾಕಾಗುವುದು. ಹೀಗಿದ್ದರೆ ಆ ನಾಲ್ಕು ಚೂರುಗಳ ತೂಕಗಳೇನು ?

ಉತ್ತರ:—ಆ ನಾಲ್ಕು ಚೂರುಗಳ ತೂಕಗಳು 1, 3, 9, 27 ಕಿಲೊಗ್ರಾಂಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ 1 ರಿಂದ 40ರ ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ತೂಕಗಳನ್ನೂ ತೂಗಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಕೆಲವು ತೂಕಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗಮನಿಸಿ. ಉಳಿದುದನ್ನು ನೀವೇ ಯೋಚಿಸಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಬೇಕಾದ ತೂಕ (ಕಿಲೊಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ)	ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಇಡುವ ಚೂರುಗಳ ತೂಕ (ಕಿಲೊಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ)	ಇನ್ನೊಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಇಡುವ ಚೂರುಗಳ ತೂಕ (ಕಿಲೊಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ)
2	1	3
5	1+3	9
6	3	9
7	3	9+1
17	9+1	27
25	3	1+27
34	3	1+9+27
38	1	3+9+27

ಪದಗಳು ಮತ್ತು ವಿನೋದ

ಬಹು ಸುಲಭವಾದ ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೆಚ್ಚು ವಿನೋದವನ್ನುಂಟುಮಾಡುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಇವೆ. ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಹಾಗೆ ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನೇ ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಮ್ಮವರೂ ಯೋಚನೆ ಮಾಡಲಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ತಕ್ಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡಲು ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನೋಡಿ; ನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ನೋಡಿ. ಅಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರದ ರೀತಿಯೇ ನೀವು ಇನ್ನೂ ಇತರ ಹಲವು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಲ್ಲಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಕೊಡುವುದೇ ಇದರ ಉದ್ದೇಶ.

(a) ಲೆಕ್ಕವಿಲ್ಲದಷ್ಟು ಅಥವಾ ಅಸಂಖ್ಯಾತವಾದ ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷರ ಹೆಸರೇನು ?

(b) ರೇಖಾಗಣಿತದ ಒಂದು ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಜ್ಞಾಪಕಕ್ಕೆ ತರುವ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷರ ಹೆಸರೇನು ?

(c) ಸಾವಿರ ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಬ್ಬ ದೇವತೆಯ ಹೆಸರೇನು ?

(d) ಹತ್ತು ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನುಳ್ಳ ಒಬ್ಬ ರಾಜನ ಹೆಸರೇನು ?

(e) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಳ್ಳ ಗಾದೆಯೊಂದನ್ನು ಹೇಳಿ.

(f) ಐದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ರುಚಿಯಾದ ಆಹಾರ ಯಾವುದು ?

(g) 100 ರಿಂದ 110 ರವರೆಗಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸುವ ಪುರುಷರೊಬ್ಬರ ಹೆಸರನ್ನು ಹೇಳಿ.

(h) ಮಧ್ಯದ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಬಿಟ್ಟರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವ ಮೂರು ಅಕ್ಷರದ ಊರು ಯಾವುದು ?

(i) ಪ್ರಮುಖ ಗಣಿತಗ್ರಂಥವೊಂದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಕಕ್ಕೆ ತರುವ ಸ್ತ್ರೀಯರೊಬ್ಬರ ಹೆಸರೇನು ?

(j) ಮೂಢನಂಬಿಕೆಯಿಂದಲೋ ಅಥವಾ ಬೇರಾವ ಕಾರಣ ದಿಂದಲೋ ಗಣಿತದ ಎರಡು ಪ್ರಸಂಗಗಳಿಗೆ ಅಶುಭ ಕಾರಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ಹಲವರು ತಿಳಿದಿದ್ದಾರೆ. ಅವು ಗಳು ಯಾವುವು ?

(k) ಒಂದು ಚಿಕ್ಕದಾದ ಮತ್ತು ಒಂದು ದೊಡ್ಡದಾದ ಉದ್ದದ ಅಳತೆಯನ್ನುಳ್ಳ ಒಂದು ಗಾದೆಯಾವುದು ?

(l) ಒಂಬತ್ತು ಎಂಬ ಅಂಕಿಯನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕಾರ್ಯ ವೊಂದಿದೆ. ಅದನ್ನು ಕೇಳಿದ ತಕ್ಷಣವೇ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಭಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಆ ಕಾರ್ಯವು ಯಾವುದು ?

(m) ಯಾವ ಶಿಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತು ರೀತಿಯಾದ ಅನುಕೂಲ ಗಳಿವೆ ?

10 ಲೀಟರ್ ಹಾಲು ಬೇಕು

7 ಲೀಟರ್, 13 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು 19 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿಯುವ ಮೂರು ಪಾತ್ರೆಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಎರಡರಲ್ಲೂ (ಅಂದರೆ 7 ಮತ್ತು 13 ಲೀಟರಿನ ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ) ಭರ್ತಿ ಹಾಲಿದೆ. ಮೂರನೆಯದು ಖಾಲಿಯಾಗಿದೆ. ಈ ಮೂರು ಪಾತ್ರೆಗಳನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 10 ಲೀಟರ್ ಹಾಲು ಅಳೆಯುವ ವಿಧಾನವು ಯಾವುದು ?

ಇದಕ್ಕೆ ಉತ್ತರಕೊಡುವುದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿಲ್ಲ. ನೀವೇ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಪಟ್ಟು ನೋಡಿ. ಕೆಳಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ 10 ಲೀಟರ್ ಹಾಲನ್ನು ಅಳೆದ ರೀತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಪಾತ್ರೆಗಳು	ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಪಾತ್ರೆಗೆ ಸುರಿಯುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆಲ್ಲಾ ಪ್ರತಿ ಘಟ್ಟದಲ್ಲೂ ಆ ಮೂರು ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಹಾಲಿನ ಅಳತೆ																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
7 ಲೀಟರಿನದು	7	0	0	7	0	7	2	2	0	7	0	7	3	3	0	7		
13 ಲೀಟರಿನದು	13	13	1	1	8	8	13	0	2	2	9	9	13	0	3	3		
19 ಲೀಟರಿನದು	0	7	19	12	12	5	5	18	18	11	11	4	4	17	17	10		

ಇದಕ್ಕಿಂತ ಸರಳವಾದ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೀವೇ ಬಿಡಿಸಿ: 8, 5, 3 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿಯುವ ಮೂರು ಪಾತ್ರೆಗಳಿವೆ. 8 ಲೀಟರ್ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಭರ್ತಿಹಾಲಿದೆ; ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಖಾಲಿಯಾಗಿವೆ. 4 ಲೀಟರ್ ಹಾಲನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಬಗೆ ಹೇಗೆ? (ಈ ಮೂರು ಪಾತ್ರೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು.)

ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚುವ ಲೆಕ್ಕ

21 ಸಮವಾದ ಸೀಸೆಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 7ರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಜೇನುತುಪ್ಪವನ್ನು ತುಂಬಿದೆ; ಇನ್ನು 7ರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಅರ್ಧಭಾಗ ಮಾತ್ರ ಜೇನುತುಪ್ಪವನ್ನು ತುಂಬಿದೆ; ಮತ್ತು ಉಳಿದ 7 ಸೀಸೆಗಳು ಖಾಲಿಯಾಗಿವೆ. ಈ 21 ಸೀಸೆಗಳನ್ನೂ ಮೂವರು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಒಂದೇಸಮನಾಗಿ ಜೇನುತುಪ್ಪವು ಸಿಗಬೇಕು, ಒಂದೇ ಸಮನಾಗಿ ಸೀಸೆಗಳೂ ಸಿಗಬೇಕು ಮತ್ತು ಜೇನುತುಪ್ಪವನ್ನು ಒಂದು ಸೀಸೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಸೀಸೆಗೆ ಬಗ್ಗಿಸಬಾರದು; ಈ ಮೂರು ಷರತ್ತುಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೆ ಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ?

ಉತ್ತರವು ಹೀಗಿದೆ.

(3, 1, 3), (3, 1, 3), (1, 5, 1).

ವಿವರಣೆ

ಮೊದಲನೆಯವನಿಗೆ : $3+1+3=7$ ಸೀಸೆಗಳು ಸಿಕ್ಕಿದಂತಾಯಿತು. ಜೇನುತುಪ್ಪ $3+\frac{1}{2}+0=3\frac{1}{2}$ ಸೀಸೆಯಷ್ಟು ಸಿಕ್ಕಿತು. ಎರಡನೆಯವನಿಗೆ : (ಮೊದಲನೆಯವನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ). ಮೂರನೆಯವನಿಗೆ : $1+5+1=7$ ಸೀಸೆಗಳು ಸಿಕ್ಕಿದಂತಾಯಿತು. ಜೇನುತುಪ್ಪ $1+5\times\frac{1}{2}+0=3\frac{1}{2}$ ಸೀಸೆಯಷ್ಟು ಸಿಕ್ಕಿತು.

ಉತ್ತರವು ಇನ್ನೂ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿರಬಲ್ಲದು. ಅದನ್ನು ನೀವೇ ಯೋಚಿಸಿನೋಡಿ, ಅಥವಾ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದು ಷರತ್ತುಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿದೆಯೇ ನೋಡಿ.

ನಿಮ್ಮ ಯೋಚನಾಶಕ್ತಿಗೆ ಒಂದು ಸವಾಲು

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕೊಡಲು ಗೊತ್ತಾದ ಯಾವ ಸುಲಭ ಮಾರ್ಗವೂ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ನೀವು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಹಲವು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡು ಸರಿಯೋ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೋ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಹಿಂದೆ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಎಷ್ಟು ಎಚ್ಚರಿಕೆ ಮತ್ತು ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾ ಬಂದಿದ್ದೀರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಇದರ ಒಂದು ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ. ಹಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉತ್ತರ

ಗಳಿರಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(i) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಿ. (ಮೂರೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು).

(ii) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ (ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ) ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು. ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಲ್ಲಿರಾ ?

(iii) ಯಾವ ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಂಕಗಳಿಂದ ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು (a three-digit figure with different digits) (a) ಆ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ? (b) ಆ ಅಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ?

(iv) 1ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಾದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೂ ಆಗಿದೆ, ಪೂರ್ಣ ಘನವೂ ಆಗಿದೆ. ಅದು ಯಾವುದು ?

ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಅರ್ಧನಿಮಿಷ ಮಾತ್ರ

ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಸಾಕಾದಷ್ಟು ಕಾಲಾವಕಾಶ ಕೊಟ್ಟರೆ ಎಲ್ಲರೂ ಸರಿಯಾದ

ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು. ಆದರೆ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಓದಿದ ಕೂಡಲೇ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ½ ಅಥವಾ 1 ನಿಮಿಷ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಉತ್ತರಕೊಡಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೂ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬೇರೆ ಕಡೆ ಗುರ್ತುಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದು ನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿನೋಡಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಎಷ್ಟು ಚುರುಕಾಗಿದ್ದಾನೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಹು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಡದ ಹಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಗಣಿತದಲ್ಲೂ ಆ ರೀತಿಯ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯನ್ನುಂಟುಮಾಡುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಸರಳವಾಗಿರಲೆಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯದಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

(ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಬೇಕು)

(i) 99 ರೂ. 99 ಪೈಸೆ $\times 84 =$?

(ii) 1 ಕ್ವಿಂಟಾಲ್ ಅಕ್ಕಿಗೆ 95 ರೂ. ಆದರೆ 38 ಕೇಜಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(iii) Aಯು Bಯ ಮಗನಾದರೂ Bಯು Aಯ ತಂದೆ ಅಲ್ಲ ; ಕಾರಣವೇನು ?

(iv) ಒಂದು ಪದಾರ್ಥದ ಬೆಲೆ 100% ಹೆಚ್ಚಾಯಿತು ; ನಂತರ 100% ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತು. ಈಗ ಅದರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(v) ಅರ್ಧ ಡರ್ಜ ಡರ್ಜ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಡರ್ಜ ಡರ್ಜ ರೂಪಾಯಿಗಳಾದರೆ, ಒಂದು ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(vi) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರಾಗಲೀ, ಅಥವಾ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 3ನ್ನು ಕಳೆದರಾಗಲೀ ಒಂದೇ ಉತ್ತರವು ಬರುತ್ತದೆ ?

(vii) ಇದರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

$$\frac{37{\cdot}4\times2{\cdot}561}{14\times0{\cdot}593}\div\frac{37{\cdot}4\times2561}{5930\times0{\cdot}14}$$

(viii) 270 ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು 15 ಪೈಸಾಗಳಿವೆ ?

(ix) ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯು 12 ಪೈಸಾದ ಶೇಕಡ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ?

(x) ನಾನು ಮನೆಯಿಂದ ಮಾರ್ಕೆಟ್ಟಿಗೆ ನಡೆದು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ವಾಪಸ್ಸು ಬರಲು $5^1/_4$ ಗಂಟೆಗಳಾಗುವುವು; ಎರಡು ಪ್ರಯಾಣದಲ್ಲೂ ನಡೆದರೆ 7 ಗಂಟೆಗಳಾಗುವುವು ; ನಾನು ಎರಡು ಪ್ರಯಾಣದಲ್ಲೂ ಬಸ್ಸನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳಾಗುವುವು ?

(xi) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ : ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಜಾಸ್ತಿ ?

(xii) ನನ್ನ ಮಗನ ಏಕೈಕ ಸಹೋದರಿಯ ಮಗಳ ಸಹೋದರಿಯು ನನ್ನ ಮಗಳಿಗೆ ಏನಾಗಬೇಕು ?

ಲೀಲಾವತಿ

ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಹಿಂದೂ ಗಣಿತಜ್ಞರೂ ಮತ್ತು ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರೂ ಆದ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು (12 ನೆಯ ಶತಮಾನ) ಲೀಲಾವತೀ ಎಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಅನೇಕವಿವೆ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ ಶ್ಲೋಕಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಅನೇಕ ಕಡೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಲು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಈ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಸಾಧನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಆಗಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ, ಭಾರತೀಯರು ಎಷ್ಟು ಮುಂದುವರೆದಿದ್ದರು, ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಸಕ್ತಿ ಇತ್ತು ಎಂಬುದು ತಿಳಿಯಬರುವುದು. ಓದುಗರ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಲೀಲಾವತಿಯಿಂದ ಹಲವು ವಿನೋದವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಓದುಗರ ನೆನಪಿಗಾಗಿ ಸಂಸ್ಕೃತ ಶ್ಲೋಕವನ್ನೂ, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಲು ಸಂಸ್ಕೃತಶ್ಲೋಕಕ್ಕೆ ಸಮವಾದ ಕನ್ನಡ ಪದ್ಯವನ್ನೂ* ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(i) ಪಂಚಾಂಶೋಽಲಿಕುಲಾತ್ಕದಂಬಕಮಗಮತ್
ತ್ರ್ಯಂಶಃ ಶಿಲೀಂಧ್ರಂ ತಯೋಃ ।
ವಿಶ್ಲೇಷಸ್ತ್ರಿಗುಣೋ ಮೃಗಾಕ್ಷಿ ಕುಟಜಂ ದೋಲಾಯ
ಮಾನೋಽಪರಃ ॥
ಕಾಂತೇ ಕೇತಕಮಾಲತೀ ಪರಿಮಲಪ್ರಾಪ್ತೈಕ ಕಾಲ
ಪ್ರಿಯಾದೂತಾ ಹೂತ ಇತಸ್ತತೋ ।
ಭ್ರಮತಿ ಖೇ ಭೃಂಗೋಽಲಿ ಸಂಖ್ಯಾಂ ವದ ॥

---

* ಈ ಪದ್ಯಗಳನ್ನು ನನ್ನ ಮಿತ್ರರಾದ ಪ್ರೊ॥ ಎಚ್. ಎಂ. ಶಂಕರನಾರಾಯಣರಾಯರು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಉಪಕರಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಕದಂಬ ಪುಷ್ಪದಿ ಕುಳಿತಿತು ಐದರ ಒಂದಂಶದ ದುಂಬಿ
ಸಿಲಿಂಧ್ರಹೂವಲಿ ನೆಲಸಿತು ಮೂರರ ಒಂದಂಶದ ಜೇನು
ಇವರಂತರದಾ ತ್ರಿಗುಣದ ಅಳಿಗಳ್ ನೆಗೆದುವು ಕುಟಜಕ್ಕೆ
ಕಳೆದುಳಿದೋರ್ ದುಂಬಿಯು ಎಲರಲಿ ಸುಳಿಯುತ್ತಲಿತ್ತು
ಇಂತಿರ ಓ ನಲ್ಲೆ ಪೇಳ್ ದುಂಬಿಯ ಲೆಕ್ಕವ ಪೇಳೆನಗೆ.

ಒಟ್ಟು ದುಂಬಿಗಳ ಐದನೇ ಒಂದು ಭಾಗ ಕದಂಬಪುಷ್ಪದ ಮೇಲೂ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗ ಸಿಲಿಂಧ್ರಹೂವಿನ ಮೇಲೂ, ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಮೂರರಷ್ಟು ಕುಟಜದಲ್ಲೂ ಕುಳಿತು ಉಳಿದ ಒಂದು ದುಂಬಿಯು ಗಾಳಿಯಲ್ಲಿ ಆಡುತ್ತಿದರೆ ದುಂಬಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಷ್ಟು?

(ಉತ್ತರ: ದುಂಬಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಲಿ;

$$\therefore \tfrac{1}{5}x + \tfrac{1}{3}x + 3(\tfrac{1}{3}x - \tfrac{1}{5}x) + 1 = x;$$
$$\therefore 3x + 5x + 15x - 9x + 15 = 15x;$$
$$\therefore x = 15.$$

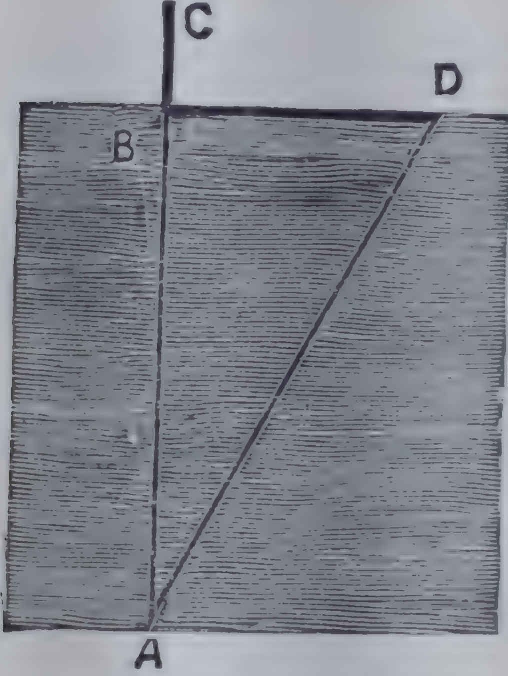
(ii) ಹಾಟಕಗುಟಿಕೇ ಷೋಡಷದಶವರ್ಣೇ ತದ್ಯುತ್ ಸಖೇ ಜಾತಂ ॥
ದ್ವಾದಶವರ್ಣ ಸುವರ್ಣಂ ಬ್ರೂಹಿತಯೋಃಸ್ವರ್ಣಮಾನೇಮೇ

ಹೊನ್ನಗಟ್ಟಿಗಳೆರಡು ಹತ್ತು ಹದಿನಾರು ಬಣ್ಣದವು;
ಅಗಿಅವು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸೇರಿ ಹನ್ನೆರಡು ಬಣ್ಣದವು;
ಇಂತಾಗಿ ಚಿನ್ನ ಸೇರಿರಲು ಪೇಳಿಲೈ ಗೆಳೆಯ
ಹೊನ್ನಗಟ್ಟಿಗಳ ಚಿನ್ನ ಪ್ರಮಾಣವನು ಸದಯ.

[ಉತ್ತರ: ಬೇಕಾದ ಪ್ರಮಾಣ $x : y$ ಆದರೆ,

$$10x + 16y = 12(x+y) \quad \therefore 2x = 4y;$$
$$\therefore x = 2y \quad \therefore x/y = 2/1$$

(iii) ಚಕ್ರ ಕ್ರೌಂಚಾಕುಲಿತಸಲಿಲೇ ಕ್ವಾಪಿ ದೃಷ್ಟಂ ತಡಾಗೇ
ತೋಯಾದೂರ್ಧ್ವಂ ಕಮಲಕಲಿಕಾಗ್ರಂ ವಿತಸ್ತಿ ಪ್ರಮಾಣಂ ।
ಮಂದಂ ಮಂದಂ ಚಲಿತಮನಿಲೇನಾಹತಂ ಹಸ್ತಯುಗ್ಮೇ
ತಸ್ಮಿನ್ ಮಗ್ನಂಗಣಕ ಕಥಯ ಕ್ಷಿಪ್ರಮಂಭಪ್ರಮಾಣಮ್ !



ಹೆಬ್ಬಾತು ಕೊಕ್ಕರೆಗಳಿಂದಿಡಿದ ತುಂಬುನೀರ್ ಕೊಳದಲ್ಲಿ
ತಾವರೆಯ ಮೊಗ್ಗ ತುದಿ ಕಾಣುತಿದೆ ಅರೆಮೊಳದ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ
ಎಲರಿನಾ ವೇಗಕ್ಕೆ ಮುನ್ನುಗ್ಗಿ ಸಲೆಮುಳಿಗಿತ್ತೆ ಗಣಿತಜ್ಞ
ಎರಡು ಮೊಳದುದ್ದ ದೂರದಲಿ ಪೇಳಲೈ ನೀರಿನಾಳವನು ಸರ್ವಜ್ಞ

[ಉತ್ತರ: ನೀರಿನ ಆಳ x ಎಂಬುದಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡರೆ ತಾವರೆಗಿಡದ ಪೂರಾ ಉದ್ದವು $x+\frac{1}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆ; ಪೈಥಾಗರಸ್ಸಿನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ $(x+\frac{1}{2})^2=x^2+2^2$;

ಅಥವಾ $x^2+x+{}^1/_4=x^2+4$;
ಅಥವಾ $x=3\,{}^3/_4$ ಮೊಳದುದ್ದ.]

ಲಾಭವೋ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವೋ?

ಯಾವುದೋ ಒಂದು ದೇಶದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೆ ಪೋಸ್ಟಲ್ ಕವರಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 3 ಆಣೆಯಿಂದ 2 ಆಣೆಗೆ ಇಳಿಸಿದರು. ಜನಗಳಿಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗಲೆಂಬ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಸರ್ಕಾರದವರು ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರು. ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದ ಮಾರನೆಯ ದಿನ ಆ ದೇಶದವರೊಬ್ಬರು ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ಕಂಡ ತಮ್ಮ ಅಸಮಾಧಾನವನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿದರು.

"ನಮ್ಮ ಸರಕಾರದವರು ಕವರಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 3 ಆಣೆಯಿಂದ 2 ಆಣೆಗೆ ಇಳಿಸಿದ್ದರಿಂದ ನನಗೆ ಬಹಳ ನಷ್ಟವಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ನನ್ನ ವಿರೋಧವಿದೆ. ಸರಕಾರದವರು ಕೂಡಲೇ ಕವರಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೊದಲಿದ್ದಂತೆಯೇ ಮಾಡಬೇಕು; ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ನನಗಾದ ನಷ್ಟಗಳಿಗೆ ಕೋರ್ಟಿನ ವ್ಯವಹಾರ ನಡೆಸಬೇಕಾಗುವುದು."

ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಕಟಣೆಯನ್ನು ನೋಡಿ ಜನರಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಯಿತು. ಹಲವರು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಅಸಮಾಧಾನವನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದವರ ಬಳಿಗೆ ಹೋಗಿ ಪ್ರಶ್ನಿಸಲಾಗಿ, ಅವರು, "ಹೌದು ಸ್ವಾಮಿ, ನನಗೆ ಬಹಳ ನಷ್ಟವಾಗಿದೆ. ಕಾರಣ ಹಿಗಿದೆ: ಇದುವರಿಗೆ ನಾನು ಹಣವನ್ನು ಉಳಿಸುವುದಕ್ಕೋಸ್ಕರ ನನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತರಿಗೆ ಕಾಗದವನ್ನೇ ಬರೆಯುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಹಿಂದೆ ನಾನು ಕಾಗದ ಬರೆಯದ ಪ್ರತಿಸಲವೂ 3 ಆಣೆ ಮಿಗುತ್ತಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೇಲೆ 2 ಆಣೆಮಾತ್ರ ಮಿಗುತ್ತದೆ. ನನಗೆ ಆದ 1 ಆಣೆ ನಷ್ಟವನ್ನು ನೀವು ಯಾರಾದರೂ ಯೋಚಿಸಿದ್ದಿರಾ?" ಎಂದು ಹೇಳಿದರಂತೆ!

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಅದ್ಭುತ ವಿಜಯ

ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಗುರು, ಶುಕ್ರ, ಭೂಮಿ ಮುಂತಾದ ಒಂಬತ್ತು ಗ್ರಹಗಳು ಸುತ್ತುತ್ತಿವೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ನಮಗೆ ಈಗ ಗೊತ್ತು. ಇವುಗಳ ಇರುವಿಕೆಯು ಜನರಿಗೆ ಮೊದಲೇ ತಿಳಿದಿರಲಿಲ್ಲ. ಬರಿಯ ಕಣ್ಣಿಗೆ ಕಾಣುವ ಗುರು, ಶುಕ್ರ, ಶನಿ, ಮುಂತಾದ ಗ್ರಹಗಳು ಮಾತ್ರ ಮೊದಲು ತಿಳಿದಿದ್ದವು. 1781ರಲ್ಲಿ ಯೂರನಸ್ ಗ್ರಹವು ಪತ್ತೆಯಾಯಿತು.

ಕೆಪ್ಲರ್ ಎಂಬ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು (1571-1630) ಗ್ರಹಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಮೂರು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರು. ಈ ನಿಯಮಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದಲೇ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರವು ಇಷ್ಟು ಮುಂದುವರಿಯಲು ಅವಕಾಶವಾಗಿದೆ. ಈ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ ನಾವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಮಾಡಿ ಯಾವ ಗ್ರಹವು ಯಾವ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿರುತ್ತದೆಂಬುದನ್ನೂ, ಯಾವಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನೂ ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾಗಿ ತಿಳಿಯಬಹುದು; ಆದರೆ ಈ ನಿಯಮಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಯೂರನಸ್ ಗ್ರಹವು ಚಲಿಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ; ಹಾಗೆ ಚಲಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವು ತಿಳಿಯದೆ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಗೆ ಬಹು ಯೋಚನೆಯಾಯಿತು. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಆಡಮ್ಸ್ ಎಂಬ ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್ ದೇಶದವನೊಬ್ಬನು ಮತ್ತು ಫ್ರಾನ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಲೆ ವೆರಿಯರ್ ಎಂಬ ಇನ್ನೊಬ್ಬನು ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದರು. ಕೇವಲ ಕಾಗದ ಕಡ್ಡಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅಗಾಧವಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಿದರು. ನೂರಾರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು (equations) ಬರೆದರು. ಕಡೆಗೆ ತಮ್ಮ ಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ರೀತ್ಯಾ ಯೂರನಸ್ ಗ್ರಹವನ್ನು ಅಡ್ಡಿಪಡಿಸುವ ವಸ್ತುವು ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ

ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿಯೇ ಇರಬೇಕೆಂದು ಇಬ್ಬರೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿದರು. ಲೆ ವೆರಿಯರನು ತನ್ನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬರ್ಲಿನ್ನಿನ ಅಬ್ಸರ್ವೇಟರಿ (observatory) ಗೆ ತಿಳಿಸಲು, ದೂರ ದರ್ಶಕ ಯಂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅರ್ಧ ಗಂಟೆಯೊಳಗಾಗಿ ಯೂರನಸ್ ಗ್ರಹದ ಚಲನವನ್ನು ಅಡ್ಡಿಪಡಿಸುತ್ತಿದ್ದ ನೆಪ್ಚೂನ್ ಗ್ರಹದ ಇರುವಿಕೆಯು ತಿಳಿದು ಬಂದಿತು.

ಹೀಗೆ ಅನಂತವಾದ ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ದೂರದರ್ಶಕ ಯಂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದಲೂ ಹುಡುಕಲು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿದ್ದ ವಿಷಯವು ಕೇವಲ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಂದ ತಿಳಿದುಬಂದಿತೆಂದರೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಹೆಮ್ಮೆಯ ವಿಷಯ. ಈಗಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಭೌತ ಶಾಸ್ತ್ರ, ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಮುಂತಾದವುಗಳಿಗೆ ಗಣಿತದ ಅಗತ್ಯವು ನಿರ್ವಿವಾದ ವಿಷಯ. ಆದರೆ ಒಂದು ನೂರು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಇದ್ದ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ, ಕೇವಲ ಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಂದ ತಿಳಿದುಬಂದ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಉತ್ತರ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಗೆ ಆತ್ಮಾನಂದವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿತು.

ರಷ್ಯಾ ರೈತರ ಗುಣಾಕಾರದ ರೀತಿ

(Russian Peasants Method of Multiplication)

2ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು, 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕೂಡುವುದು ಈ ಮೂರು ವಿಷಯಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಯಾವ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳನ್ನಾದರೂ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಯಾವುದೋ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ರಷ್ಯಾದಲ್ಲಿ

ರೈತರು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ. ಈ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

$$19 \times 5$$

(i) ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿ.

	ಶೇಷ		
2 | 19			
2 | 9—	1	5	5
2 | 4—	1	$5\times2=10$	10
2 | 2—	0	$10\times2=20$	×
1—	0	$20\times2=40$	×
		$40\times2=80$	80
		ಬೇಕಾದ ಗುಣಲಬ್ಧ	$=95$

ಮೊದಲು 19ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಶೇಷವನ್ನು ಬರೆದಿದೆ. ಬಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಪುನಃ ಭಾಗಿಸಿದೆ. ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ 1 ಬರುವವರೆಗೂ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ನಂತರ ಮೊದಲನೆಯ ಶೇಷದ ಎದುರಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಅಪವರ್ತನವಾದ 5ನ್ನು ಬರೆದಿದೆ. ಇದನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬರುವ 10ನ್ನು ಎರಡನೆಯ ಶೇಷದ ಎದುರಿಗೆ ಬರೆದಿದೆ. ಬರುವ ಈ 10ನ್ನು ಪುನಃ 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಶೇಷದ ಎದುರುಗಡೆ ಬರೆದಿದೆ. ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಸಿ ಕಡೇ ಶೇಷವಾದ ಮೇಲೂ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ (80) ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿದೆ. ನಂತರ ಹೀಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಐದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ (5, 10, 20, 40, 80), ಸೊನ್ನೆ ಶೇಷದ ಎದುರಿಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು (20, 40) ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದುವನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ $19\times5=95$ ಎಂಬ ಬೇಕಾದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಬರುತ್ತದೆ.

ಓದುಗರು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಡುತ್ತಿರಬಹುದು. ಇದೆಂತಹ ಹುಚ್ಚು ಮಾರ್ಗ ? 19×5=95 ಎಂಬುದಾಗಿ ಒಂದೇಸಲ ಹಾಕುವುದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಇದೆಲ್ಲಿಯ ಪಂಚಾಯಿತಿ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಈ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ತಿಳಿಸಿರುವುದು ಕೇವಲ ಕುತೂಹಲದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ. 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು, 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕೂಡುವುದು ಬಂದರೆ ಸಾಕು, ಯಾವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನಾದರೂ ಗುಣಿಸಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಸಲು ಇನ್ನೆರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(ii) 18×17

2	18				
2	9	— 0	17	×	
2	4	— 1	17×2=34		34
2	2	— 0	34×2=68	×	
	1	— 0	68×2=136	×	
			136×2=272		272

ಬೇಕಾದ ಗುಣಲಬ್ಧ = 306

(iii) 27×29

2	27				
2	13	— 1	29		29
2	6	— 1	29×2= 58		58
2	3	— 0	58×2= 116	×	
	1	— 1	116×2= 232		232
			232×2= 464		464

ಬೇಕಾದ ಗುಣಲಬ್ಧ = 783

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಗುಣಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀವಾಗಿಯೇ ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಹೊಸಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿಯೂ ಮಾಡಿ, ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಸಾಧಾರಣ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿಯೂ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ. (ಈ ಹೊಸಮಾರ್ಗವು ಹೇಗೆ ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.)

ಮಂತ್ರಿಯ ಬುದ್ಧಿ ಚತುರತೆ

ಒಬ್ಬ ರಾಜನು ಸಾಯುವಾಗ ಅವನ ಬಳಿ 17 ಆನೆಗಳಿದ್ದುವು. ಅವನಿಗೆ ಮೂವರು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದರು. ಅವರನ್ನು ಕರೆದು, ತನ್ನ ಆನೆಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವನ್ನು ದೊಡ್ಡವನೂ, $^1/_3$ ಭಾಗವನ್ನು ಎರಡನೆಯವನೂ, $^1/_9$ ಭಾಗವನ್ನು ಕಡೆಯವನೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಹೇಳಿ ಸತ್ತುಹೋದನು. ನಂತರ ಈ ಮೂವರು ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ದೊಡ್ಡ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಯಿತು. 17 ಆನೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹೇಗೆ? $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಲ್ಲಾ ಎಂಬುದಾಗಿ ಯೋಚಿಸುತ್ತಿರುವಲ್ಲಿ ಅವರ ಬುದ್ಧಿವಂತನಾದ ಮಂತ್ರಿಯು ಅಲ್ಲಿಗೆ ಬಂದು ವಿಷಯವನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡನು. ನಂತರ ರಾಜಕುಮಾರರನ್ನು ಕುರಿತು "ಚಿಂತಿಸಬೇಡಿ, ನಿಮ್ಮ ತಂದೆಯವರ ಇಷ್ಟವನ್ನು ನೇರವೇರಿಸಬಹುದು" ಎಂದು ಹೇಳಿ, ತನ್ನ ಬಳಿ ಇದ್ದ 1 ಆನೆಯನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಸಾಲವಾಗಿ ಕೊಟ್ಟನು. ರಾಜಕುಮಾರರ ಬಳಿ 18 ಆನೆಗಳಾದುವು. ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಎಂದರೆ 9ನ್ನು ದೊಡ್ಡವನೂ,

$^1/_3$ ಭಾಗ ಎಂದರೆ 6ನ್ನು ಎರಡನೆಯವನೂ, $^1/_9$ ಭಾಗ ಎಂದರೆ 2ನ್ನು ಚಿಕ್ಕನನೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು ಎಂದರೆ 9+6+2= 17 ಆನೆಗಳ ವಿಲೇವಾರಿ ಆಯಿತು. ಉಳಿದ ಒಂದು ಆನೆಯನ್ನು ಮಂತ್ರಿಯು ವಾಪಸ್ಸು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, "ನನ್ನ ಸಾಲವೂ ತೀರಿತು. ನಿಮ್ಮ ತಂದೆಯ ಇಷ್ಟವೂ ನೆರವೇರಿತು" ಎಂದು ಹೇಳಿ ತನ್ನ ಬುದ್ಧಿ ಚತುರತೆಯನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿದನಂತೆ.

ಕಂಬವನ್ನು ಹತ್ತುತ್ತಿರುವ ಕೋತಿ

ಬಹು ನಯವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಕಂಬವನ್ನು ಒಂದು ಕೋತಿಯು ಹತ್ತಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತದೆ. ಕೋತಿಯು ಮೊದಲನೇ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 6 ಅಡಿ ಹತ್ತುತ್ತದೆ; ಎರಡನೆಯ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಜಾರುತ್ತದೆ. ಪುನಃ 3ನೆಯ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 6 ಅಡಿ ಹತ್ತುತ್ತದೆ; 4ನೆಯ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ ಜಾರುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿ ಕೋತಿಯು ಕಂಬವನ್ನು ಹತ್ತಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ 11 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಕಂಬದ ತುದಿಯನ್ನು ತಲುಪಿದರೆ ಕಂಬದ ಎತ್ತರವೆಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕೋತಿಯು ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ (6—3) ಹತ್ತಿದಂತಾಯಿತು. ಹೀಗೆಯೇ ಎರಡನೆಯ 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ, ಮೂರನೆಯ 2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ, ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಮೊದಲನೆಯ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	3 ಅಡಿ
ಎರಡನೆಯ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	3 ಅಡಿ
ಮೂರನೆಯ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	3 ಅಡಿ
ನಾಲ್ಕನೆಯ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	3 ಅಡಿ
ಐದನೆಯ	2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	3 ಅಡಿ
ಕಡೆಯ	1 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ	6 ಅಡಿ
	ಕಂಬದ ಎತ್ತರ=	21 ಅಡಿ

(ಕಂಬದ ತುದಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟಿದನಂತರ ಜಾರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯಿಲ್ಲ)

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಿ ನೀವೇ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ: ಇನ್ನೊಂದು ನಯವಾದ ಕಂಬವನ್ನು ಹತ್ತಲು ಒಂದು ಕೋತಿಯು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಿದೆ. ಮೊದಲನೆಯ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 7 ಅಡಿ ಹತ್ತಿ, ಎರಡನೆಯ ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ 3 ಅಡಿ ಜಾರುತ್ತದೆ. ಕಂಬದ ಮೇಲೆ ಹತ್ತುವ ಅದರ ಕಾರ್ಯವು ಈ ರೀತಿ ಇದ್ದರೆ, 31 ಅಡಿ ಎತ್ತರವಿರುವ ಆ ಕಂಬವನ್ನು ಹತ್ತಲು ಕೋತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಾಲ ಬೇಕು?

1ರಿಂದ 9ರ ವರೆಗಿನ ಅಂಕಗಳು

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ಈ ಒಂಭತ್ತು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಪ್ರಸಂಗಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಕವನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು, ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಬರುವಂತೆ ಗಣಿತದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

(i) ಒಂದು ನೂರು ಬರಬೇಕಾದರೆ :

ಇದಕ್ಕಿರುವ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿ.

(a) $1+2+3+4+5+6+7+8\times9=100$.

(b) $123+4-5+67-89=100$.

(c) $\frac{1}{2}+\frac{3+5}{8}+\frac{6}{4}+97=100$.

(d) $98+1+2+3+4+5-6-7=100$.

(e) $3+\frac{69258}{714}=100$.

(f) $\frac{9}{18}+\frac{3}{6}+42+57=100$.

(g) $(1+2-3-4)(5-6-7-8-9)=100$

(h) $\frac{8}{1}+2+4+6+7+9-3-5=100$.

ಈ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ನಿಮಗೆ ಸಾಕಾದಷ್ಟು ಕಾಲ ಮತ್ತು ತಾಳ್ಮೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಪಡಿ.

(ii) ಕೆಲವು ಗುಣಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಇರುತ್ತವೆ. ಇವೆಲ್ಲದರಿಂದ 1 ರಿಂದ 9ರ ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳೂ ಒಂದೊದು ಬಾರಿ ಮಾತ್ರ ಬರಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು :

(a) $1963 \times 4 = 7852$;

(b) $297 \times 18 = 5346$, ಇತ್ಯಾದಿ.

(iii) 1 ರಿಂದ 9ರ ವರೆಗಿನ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂರು ಸಮವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

ನವೀನ ರೀತಿಯ ಪರೀಕ್ಷೆ

ಈ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಿ :

ವೃತ್ತ, ಗೋಳ, ಚೌಕ, ?

ಈ ಮೂರು ಪದಗಳಾದನಂತರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಪದವೊಂದು ಬರಬೇಕೆಂಬುದಾಗಿ ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಕಿದೆ. ಮೊದಲನೆಯ ಪದವಾದ ವೃತ್ತವು ಎರಡನೆಯ ಪದವಾದ ಗೋಳಕ್ಕೆ ಯಾವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೋ ಮೂರನೆಯ ಪದವಾದ ಚೌಕವು ಬೇಕಾದ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಪದಕ್ಕೆ ಅದೇ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹೀಗಿದ್ದ ಪಕ್ಷಕ್ಕೆ ಆ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಪದವು ಯಾವುದು? ಯೋಚಿಸಿ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಘನ (cube) ಎಂಬುದೇ ಆ ಪದ. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕಂಡ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿರುವ ಪದವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) ಸರಳರೇಖೆ, ಇಂಚುಪಟ್ಟಿ, ಕೋನ, ?

(b) ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ, ಗುಣಲಬ್ಧ, ?

(c) ಸರಳರೇಖೆ, ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು, ಕೊನ, ?

(d) ಅಂಕಗಣಿತ, ಸಂಖ್ಯೆ, ಬೀಜಗಣಿತ, ?

(e) ಆಯ, ಚೌಕ, ಸಮಾನಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ?

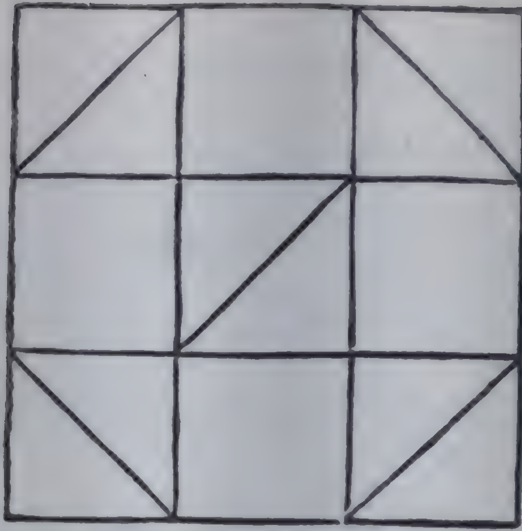
(f) ಸಂಖ್ಯೆ, ಅದರ ವರ್ಗ, ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ, ?

(g) ಸಮತಲಾಕೃತಿ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಘನಾಕೃತಿ, ?

(h) +, —, ಹಣ ಕೂಡಿಡು, ?

ದತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಅಥವಾ ತಿದ್ದುವುದು

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ತಿದ್ದಬೇಕು. ಪ್ರಾರಂಭದಿಂದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ತಿದ್ದುವವರೆಗೂ ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲನ್ನು ಎತ್ತಬಾರದು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತಿದ್ದಿದ ರೇಖೆಯನ್ನೇ ಪುನಃ ತಿದ್ದಬಾರದು. ಈ ಎರಡು ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಚಿತ್ರನ್ನು ತಿದ್ದಲು ಪ್ರಯತ್ನಪಡಿ.



ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಈ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲೆಯೇ ತಿದ್ದಲು ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಬೇಡಿ, ಬೇರೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಸ್ವಲ್ಪ ದಪ್ಪ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಶಾಯಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಆ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲೆ ಬೇರೊಂದು ತೆಳುವಾದ ಕಾಗದವನ್ನಿಟ್ಟು ಕೊಂಡು, ಈ ಎರಡನೆಯ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ತಿದ್ದಲು ಯತ್ನಿಸಿ; ಆಗ ನಿಮಗೆ ಮೇಲಿನ ಷರತ್ತುಗಳಿಗನ್ನು ಸಾರವಾಗಿ ಕಾರ್ಯ ನಡೆಯುತ್ತಿದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದು ತಿಳಿಯುವುದು.

ಈ ರೀತಿಯಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರನೇಕರು ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಗಣಿತದ ಆಧಾರ ವಿದೆಯೆಂಬುದಾಗಿ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞ ಆಯಿಲರ್ (Euler) ಸಾಧಿಸಿದನು (1737). ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 1897 ರಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಾಯಿತು (ಲಿಂಡ್ಲೆ–Lindley).

ಮಾಯಾ ಚೌಕ (Magic Square)

ಮಾಯಾ ಚೌಕದ ಪರಿಚಯ ಅನೇಕರಿಗಿದೆ. ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಅದನ್ನು 3×3, 4×4

ಮುಂತಾದ ಸಣ್ಣಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಈ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ 1, 2, 3 ಇತ್ಯಾದಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆದು, ಅಡ್ಡವಾಗಿಯಾಗಲೀ, ಉದ್ದವಾಗಿಯಾಗಲೀ, ಮೂಲೆ ಮೂಲೆಯಾಗಿ ಆಗಲೀ ಕೂಡಿದರೆ ಒಂದೇ ಮೊತ್ತ ಬರಬೇಕು.

(i) ಉದಾಹರಣೆ:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ಇಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 9ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂಭತ್ತು ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದರೂ ಮೊತ್ತವು 15 ಬರುತ್ತದೆ.

(ii)

16	5	9	4
2	11	7	14
3	10	6	15
13	8	12	1

ಇಲ್ಲಿ 16 ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 16ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಯಾವ ರೀತಿ ಕೂಡಿದರೂ 34 ಬರುತ್ತದೆ.

(ಮಾಯಾ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ
ಈ ಚಿಕ್ಕಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.)

ಮಾಯಾಚೌಕವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಅದೇರೀತಿಯ ಇನ್ನೂ ಮೂ
ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಯತ್ನಮಾಡಿ ನೋಡಿ.

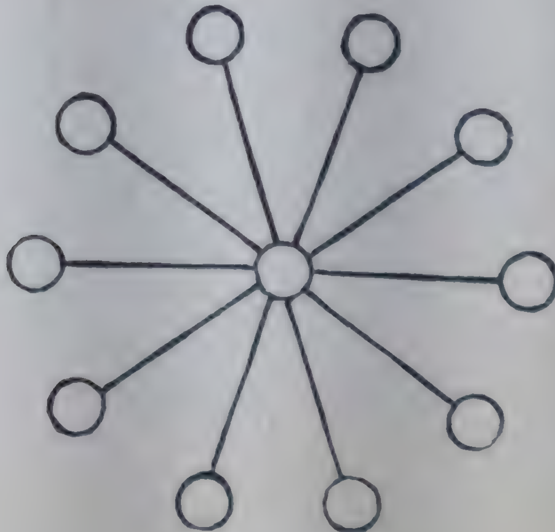
(i) A B C

D

E F G

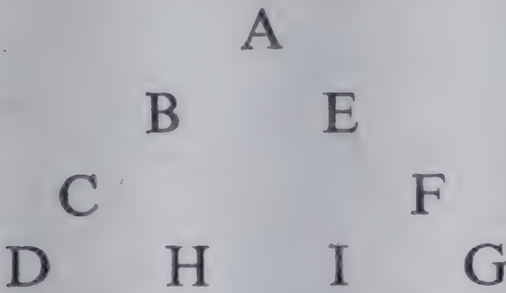
ಇಲ್ಲಿ Aಯಿಂದ G ಯವರೆಗೆ 7 ಸ್ಥಾನಗಳಿವೆ. ಈ
ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ
ಒಂದೊಂದನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು. ಆಗ $A+B+C$
$A+D+G$, $B+D+F$, $C+D+E$ ಮತ್ತು
$E+F+G$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯು ಒಂದೇ ಆಗಬೇಕು
ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(ii)



ಇಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ ವೃತ್ತವೂ ಸೇರಿ 11 ವೃತ್ತಗಳಿವೆ. 1 ರಿಂದ 11ರವರೆಗೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದನ್ನು ಒಂದೊಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಬರೆದನಂತರ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಬರುವ 3 ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(iii)



ಇಲ್ಲಿ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಚಿತ್ರವೊಂದಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆಯೂ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು (ಅಕ್ಷರಗಳ ಜಾಗದಲ್ಲಿ) ಅವಕಾಶವಿದೆ. 1 ರಿಂದ 9ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆ ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಯಾವ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನಲ್ಲಿ ಬರುವ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಕಂಬಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ದೂರ

ಪ್ರತಿ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ (Consecutive) ಕಂಬಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದೇ ದೂರವಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಕಂಬಗಳನ್ನು ನೆಟ್ಟಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ 6 ಕಂಬಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ದೂರವು 60 ಗಜಗಳಾದರೆ, ಮೊದಲನೆಯ 12 ಕಂಬಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಓದಿದ ತಕ್ಷಣವೇ ಅನೇಕರ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವು 120 ಗಜ ಎಂದು ಬರಬಹುದು;

ಆದರೆ ಇದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರ.

A B C D E F

ಮೊದಲನೆಯ A, B, C, D, E, F ಎಂಬ 6 ಕಂಬಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ AB, BC, CD, DE ಮತ್ತು EF ಎಂಬ 5 ಸಮದೂರಗಳ ಒಟ್ಟುದೂರ 60 ಗಜ ಎಂದಾಯಿತು. ಎಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಎರಡು ಹತ್ತಿರದ ಕಂಬಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ದೂರ $60 \div 5 = 12$ ಗಜ. ಆದುದರಿಂದ ಮೊದಲನೆಯ 12 ಕಂಬಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ದೂರ ಬೇಕಾದಲ್ಲಿ ಹನ್ನೆರಡು ಗಜಗಳ 11 ದೂರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕೂಡಬೇಕು–ಎಂದರೆ ಮೊದಲನೆಯ 12 ಕಂಬಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ದೂರ $= 12 \times 11 = 132$ ಗಜಗಳು.

ಅದೇ ರೀತಿ ಯೋಚಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೀವು ಬಿಡಿಸಿ.

ಅರಮನೆ ಅಥವಾ ಕಛೇರಿಗಳ ಮುಂದೆ ಗಂಟೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಒಂದು ಲೋಹದ ತಟ್ಟೆಯ ಮೇಲೆ ಮರದ ತುಂಡಿನಿಂದ ಹೊಡೆಯುವುದನ್ನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ನೋಡಿದ್ದೀರಿ. ಹೀಗೆ 4 ಬಾರಿ ಹೊಡೆಯಲು 6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾದರೆ, 1... ಬಾರಿ ಹೊಡೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾಗುವುವು ?

ಪದಗಳ ಜ್ಞಾನದ ಸಮಸ್ಯೆ

ಈ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಕೇಳದಿರಬಹುದು. ಇದಕ್ಕೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ತರ್ಕವೇನೂ ಬೇಕಿಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಭಾಷಾಜ್ಞಾನ ಎಷ್ಟಿದೆ, ಹೊಸ ಹೊಸ ಪದಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ಜಾಗ್ರತೆ ಕೊಡಬಲ್ಲನು, ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳು ಇಲ್ಲಿ ಕಾಣಬರುವುವು. ಗಣಿತಸಂಬಂಧವಾದ ಪದವೊಂದನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಈ ಪದದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಎರಡನೇ ಪದವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಹೀಗೆಯೆ ಎರಡನೇ ಪದದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಮೂರನೇ ಪದವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಈ ರೀತಿ ಹೊಸ ಹೊಸ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತಾ ಹೊರಟು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇನ್ನೊಂದು ಪದ ಬರುವವರೆಗೂ ಬರೆದು ನಂತರ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿದವುಗಳಾಗಿರಬೇಕು; ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದಕ್ಕೂ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೂ ಒಂದಕ್ಷರ ಮಾತ್ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರಬೇಕು; ಮತ್ತು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಪದಗಳು ಯಾವ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಿದ್ದರೂ ಸರಿಯೆ, ಅರ್ಥವುಳ್ಳವುಗಳಾಗಿರಬೇಕು. ಮನುಷ್ಯರ ಅಥವಾ ಊರಿನ ಹೆಸರಾದರೂ ಸರಿ (ಮೊದಲಿನ ಪದದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಕ್ಷರಗಳಿರುವುವೋ ಉಳಿದ ಪದಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅಷ್ಟೇ ಅಕ್ಷರಗಳಿರುವುದೆಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಮೇಲಿನ ಷರತ್ತುಗಳಿಂದ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.) ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಭಾಷಾಜ್ಞಾನ ಬೆಳೆಯುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತ

ಶಾಸ್ತ್ರದ ಪದಗಳ ಪರಿಚಯು ಬಹು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಆಗಿ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಕೇವಲ ಎಂಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ನೀವೇ ಇನ್ನೂ ಹತ್ತಾರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲು ಯತ್ನಿಸಿ (ಇಬ್ಬರು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸ್ಪರ್ಧೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು; ಮೊದಲಿನ ಪದವನ್ನು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಕೊಟ್ಟು ಯಾರು ಮೊದಲು ಕಡೆಯ ಪದವನ್ನು ಬರೆಯುವರೋ ಅವರು ಗೆದ್ದವರು ಮತ್ತು ಇಬ್ಬರು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಕಡೆಯ ಪದವನ್ನು ಬರೆದರೆ ಯಾರು ಕಮ್ಮಿ ಪದಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವರೋ ಅವರು ಗೆದ್ದವರು.)

ಉದಾಹರಣೆಗಳು

(1) ಗಣಿತ
ಕುಣಿತ
ಕುಣಿಸು
ಗುಣಿಸು

(2) ರೇಖೆ
ರೇಗು
ನಗು
ನವ

(3) ಬಿಂದು
ಬಿಂಬ
ಲಂಬ

(4) ನಾಲ್ಕು
ನಾರು
ಆರು

(5) ಭಾಗಿಸು
ಆಗಿಸು
ಅರ್ಧಿಸು

(6) ಮೂರು
ಏರು
ಏಳು

(7) ತೂಕ
ಕಾಕ
ಕಾಡು
ಓಡು
ಓದು
ಒಂದು

(8) ಸರಳ (straight)
ವಿರಳ
ವಿರಸ
ವಿಕಾಸ
ವಿಕಾರ
ಆಕಾರ

ಪದ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಎರಡು ವಿಷಯಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮವೆಂದು ಹೇಳುವುದೇ ಸಮೀಕರಣವೆನಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಮೀಕರಣವು ಜೀವನಾಡಿ ಇದ್ದಂತೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಮಿಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಎನ್ನುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ವಿನೋದಗಣಿತದಲ್ಲಿಯೂ ಪದಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಅಥವಾ ವಿವರಿಸುವುದು ಅತ್ಯಂತ ಮನೋಹರವಾದ ಸಮಸ್ಯೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾರ್ಥವುಳ್ಳ ಇತರ ಪದಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುತ್ತಿದ್ದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ವಿವರಣೆ ಸಿಕ್ಕುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(a) ಒಂದು ಅಂಕಿ + ಬಂಡಿ = ಒಬ್ಬ ರಾಜನ ಹೆಸರು. ಇದರ ಉತ್ತರ "ದಶರಥ" (ಇಲ್ಲಿ ದಶ ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಅಂಕಿ; ರಥ ಎಂದರೆ ಬಂಡಿ; ಕೂಡಿಸಿ ಓದಿದರೆ ದಶರಥ ಎಂಬ ರಾಜನ ಹೆಸರು ಸಿಗುವುದು.)

(b) ಪ್ರಪಂಚ + ಆ + ಸ್ನೇಹಿತ = ಒಬ್ಬ ಮುನಿ.
ಇದರ ಉತ್ತರ "ವಿಶ್ವಾಮಿತ್ರ" (ವಿಶ್ವ + ಆ + ಮಿತ್ರ = ವಿಶ್ವಾಮಿತ್ರ.)

(c) ದೇವರ ಹೆಸರು + ಒಡವೆ + ರ = ಒಂದು ಊರು (ಉತ್ತರ: ರಾಮನಗರ)

(d) (ದೇಶ — ಡು) + (ತೊಂದರೆ — ಕಾ) + (ಬಾಗಿಲು – ದ) = ಒಂದು ಮನರಂಜನ ಕಾರ್ಯ.

ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ ಡು ಎಂಬ ಅಕ್ಷರವನ್ನುಳ್ಳ ಮತ್ತು ದೇಶ ಎಂಬ ಅರ್ಥವನ್ನು ಕೊಡುವ ಪದವನ್ನು ಹುಡುಕಬೇಕು.

ಈ ಪದ ನೋಡು. ಇದರಲ್ಲಿ ಡು ತೆಗೆದುಹಾಕಿ (minus)ದರೆ
ನಾ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆಯೇ ತೋಂದರೆ – ಕಾ ಎಂದರೆ
ಕಾಟ – ಕಾ ಅಥವಾ ಟ; ಮತ್ತು ಬಾಗಿಲು - ದ ಎಂದರೆ
ಕದ–ದ ಅಥವಾ ಕ. ಹೀಗೆ ಉಳಿಯುವ ನಾ+ಟ+ಕ
ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಓದಿದರೆ "ನಾಟಕ" ಎಂದರೆ
ಒಂದು ಮನರಂಜನ ಕಾರ್ಯವಾಗುವುದು.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಈ ಸಮೀ
ಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) ಒಂದು ಅಂಕಿ+ ಹಗಲಲ್ಲದ್ದು = ಒಂದು ಹಬ್ಬ

(i) ಪಠ+ ಕೋಟಿ= ಒಂದು ಊರು

(iii) ಸಮೂಹ+ ಯಜಮಾನ= ದೇವರು

(iv) ಮಾಲೆ+ ಕಟುವಾದುದು= ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಟೀಕಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಸ್ಥೆ

(v) ಅನೇಕ+ ಮರ್ಯಾದೆ= ಇನಾಮು

(vi) ಹಸು+ (ಅಸುರ – ನ)+ ರಿ= ಒಂದು ನದಿ

(vii) (ಅಂಶ –ಭಾ)+ (ಒಂದು ಅಂಕಿ– ಆ) + (ಸಾಲ- ಕ)= ಒಂದು ಪಕ್ಷಿ

(viii) ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನ ಹೆಸರು+ (ಕಾಡು– ವ) + ಹಕ್ಕಿಯ ಮನೆ= ಒಂದು ಪವಿತ್ರಸ್ಥಳ.

ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಸಾವಿರಾರು ಇವೆ ಉದಾ :

(a) to start + below = warehouse [Ans : GODOWN]

(b) 100 + the dust of anything burnt = money [Ans : CASH

ಪದಗಳ ಜೋಡಣೆಯ ಸಮಸ್ಯೆ

ಇಲ್ಲಿ ಐದು ಕಲಮ್ಮುಗಳಲ್ಲಿ ಆರು ಆರು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. 1ನೇ ಕಲಮ್ಮಿನಿಂದ 1 ಪದವನ್ನೂ, 2ನೆ ಯದರಿಂದ 1ನ್ನೂ, ಹೀಗೆಯೇ ಉಳಿದ ಕಲಮ್‌ಗಳಿಂದ ಒಂದೊಂದು ಪದವನ್ನೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಗಣಿತದ ಒಂದು ನಿಜಾಂಶವನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ವಾಕ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಉದಾ:

"ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜವೂ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ."

ಹೀಗೆಯೇ ಉಳಿದ ಐದು ವಾಕ್ಯಗಳನ್ನೂ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ (ಒಂದು ಕಲಮ್ಮಿನಿಂದ ತೆಗೆದು ಒಂದುಸಲ ಉಪಯೊಗಿಸಿದ ಪದವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬಾರಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬಾರದು.)

ಕಲಂ 1	2	3	4	5
ಪ್ರತಿ	ಡರ್ಜ	ಎಂಬ	ಅಡಿಗೆ	ತಿಳಿಯಬಹುದು
ಮೂರು	ಅಂಗುಲಗಳು	ಎಂದರೆ	ಕೋನಗಳನ್ನು	ಸಮ
ಹನ್ನೆರಡು	ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು	ಮೂರು	ಒಂದು	ಚಿಕ್ಕದು
ವೃತ್ತದ	ಪ್ರತಿ	ಅಪರ	ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ	ಆಗುತ್ತದೆ
ಏಳು	ಎಂಟು	ಕೋನವೂ	ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ	ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ
ಚೌಕದ	ತ್ರಿಭುಜವೂ	ಒಂದು	ಮೂವತ್ತಾರು	ಸಮಕೋನ

ಅಂಕಗಣಿತದ ಅತ್ಯಂತ ಮನೋಹರವಾದ ಪ್ರಮೇಯ: "ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಲೀ 1 2, 3 ಅಥವಾ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು"

ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದವನು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಫರ್ಮ್ಯಾಟ್ (Fermat) (1601–1665) ಎಂಬಾತನು. 1770ರಲ್ಲಿ ಲ್ಯಾಗ್ರಾಂಜ್ (Lagrange) ಎಂಬಾತನು ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದನು. ಕ್ರಮೇಣ ಆಯ್ಲರ್ (Euler) ಈ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದನು. ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಗೌಸ್ (Gauss) ಮತ್ತು ಕೌಷಿ (Cauchy) ಇವರು ಈ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ, ಮತ್ತು ಕೊಡುವುದರ ಅಗತ್ಯವೂ ಇಲ್ಲ. ಸಾಧನೆಯನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಎಷ್ಟು ಕಷ್ಟವೋ ಪ್ರಮೇಯವು ಏನೆಂಬುದನ್ನು ಅರಿಯುವುದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭ. ಪ್ರಮೇಯವು ಹೀಗಿದೆ (ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದರೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಧನಸಂಖ್ಯೆ— positive integer.)

ಇಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ವರ್ಗಗಳೆಲ್ಲವೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ; ಬಂದ ವರ್ಗವೇ ಇನ್ನೊಂದು ಬಾರಿ ಬರಬಹುದು.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿ:

(i) $5=2^2+1^2$

(ii) $6=2^2+1^2+1^2$

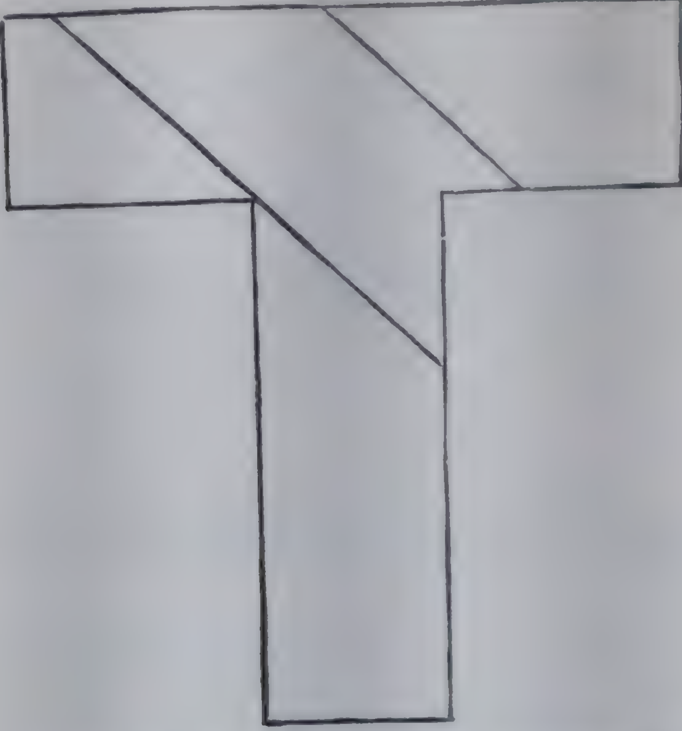
(iii) $14 = 3^2 + 2^2 + 1^2$
(vi) $47 = 6^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2$
(v) $88 = 8^2 + 4^2 + 2^2 + 2^2$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ನೀವೂ ಕೂಡ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸರಿನೋಡಿ.

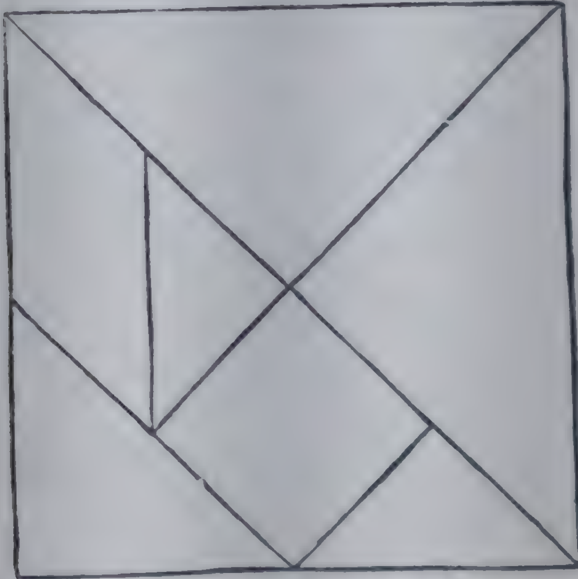
ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಪುನಃ ಜೋಡಿಸುವುದು

ಚಿಕ್ಕವರು ದೊಡ್ಡವರೆಲ್ಲರಿಗೂ ವಿನೋದವನ್ನು ಕೊಡುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಇದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಹಲವು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ನೀವು ಪುನಃ ಜೋಡಿಸಿ ಹಿಂದಿನ ಚಿತ್ರವು ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಮಗೆ ಕೊಡುವವರು ಜೋಡಿ ಸಿಟ್ಟಿರುವಾಗ ನಿಮಗೆ ಅದು ಬಹು ಸುಲಭವಾಗಿರುವಂತೆ ಕಾಣು ತ್ತದೆ; ಆದರೆ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡಿ ನಿಮ್ಮ ಕೈಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಪಟ್ಟಾಗ ಬಹು ತೊಡಕಾಗಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ನೀವು ಜೋಡಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಲ ಸಫಲ ರಾಗಬಹುದು. ಆದರೆ 10 ನಿಮಿಷಗಳನಂತರ ಪುನಃ ಪ್ರಯತ್ನ ಪಟ್ಟರೆ "ಏನೋ ಮರತೇ ಹೋಯಿತಲ್ಲಾ!" ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಯತ್ನಿಸಲು ಚಿತ್ರದ ರೀಯಲ್ಲಿಯೇ ಒಂದು ರಟ್ಟಿನಮೇಲೆ ಬರೆದುಕೊಂಡು ಅಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

(ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ)



(ಇದು T ಚಿತ್ರ. ಚಿತ್ರವು 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿದೆ)



(ಇದು ಒಂದು ಚೌಕದ ಚಿತ್ರ. ಚಿತ್ರವು 7 ಭಾಗಗಳಾಗಿದೆ)

ಮಿಡಲ್ ಮತ್ತು ಹೈಸ್ಕೂಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ
ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಿದರೆ ಬಾಹು, ಕೋನ,

ಜನುಕೋನ ಮುಂತಾದ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು ಅವರ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಬೇರೂರಿ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಒಳ್ಳೆಯ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ಅವಕಾಶವಾಗುವುದು.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರೊಬ್ಬರು ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರಂತೆ

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನ್ನ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಹೇಳಲಿ, ಹೇಳದಿರಲಿ, ಪುಸ್ತಕಗಳಿಂದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾ ಇರುತ್ತಾನೆ; ಅನೇಕವೇಳೆ ಇತರ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಓದುವುದನ್ನು ಕಡಿಮೆಮಾಡಿ ಗಣಿತದ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನೇ ಮಾಡುತ್ತಿರುತ್ತಾನೆ. ದೊಡ್ಡವರಲ್ಲಿಯೂ ಕೆಲವರಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯ ವರ್ತನೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡಿದ್ದ ಒಬ್ಬ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಮಾಡಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಓದಿ ಆನಂದಿಸಿ.

ಆ ಪ್ರೊಫೆಸರಿಗೆ ಒಂದು ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಯು ದೊರಕುವುದೇ ತಡ; ಊಟ, ತಿಂಡಿ, ನಿದ್ರೆ ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಯೋಚಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ. ಅನೇಕವೇಳೆ ತಮ್ಮನ್ನು ತಾವೇ ಮರೆತುಬಿಡುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ. ಹೀಗಿರುವಾಗ ಒಂದು ದಿನ ಇವರು ಗಣಿತದ ಬಲವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಮಳೆಗಾಲ, ಛತ್ರಿಯನ್ನು ಹಿಡಿದು ಹೊರಟರು, ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಇವರ ಮನಸ್ಸೆಲ್ಲಾ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಮೇಲಿತ್ತು. ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಸ್ನೇಹಿತರ ಮನೆಗೆ ಹೋಗಿ ಒಂದೆರಡು ನಿಮಿಷ ಮಾತ್ರ ನೋಡಿಕೊಂಡು ವಾಪಸ್ಸು ಹೊರಟರು.

ಮಾರನೆಯ ದಿನ ಇವರು ತಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಭೇಟಿಮಾಡಿ
ದಾಗ ಈ ರೀತಿ ಸಂಭಾಷಣೆ ನಡೆಯಿತಂತೆ:

ಸ್ನೇಹಿತರು: ನಿನ್ನೆ ನಮ್ಮ ಮನೇಲೇ ಛತ್ರಿ ಬಿಟ್ಟುಬಿಟ್ಟು
ಹೊರಟುಹೋದಿರಿ.

ಪ್ರೊಫೆಸರ್: ಹೌದು, ಮರೆತುಬಿಟ್ಟಿದ್ದೆ.

ಸ್ನೇಹಿತರು: ನಿಮಗೆ ಯಾವಾಗ ಜ್ಞಾಪಕಕ್ಕೆ ಬಂತು ಛತ್ರಿ
ಮರೆತಿದ್ರಿ ಅಂತ?

ಪ್ರೊಫೆಸರ್: ವಾಪಸ್ಸು ಮನೆಕಡೆ ಹೋಗ್ತಾ ಇದ್ದೆ. ದಾ
ಯಲ್ಲಿ ಮಳೆ ನಿಂತಿತು. ಆಗ ಛತ್ರಿ ಮಡಿಸೋಣವೆಂ
ಕ್ಕೆ ಎತ್ತಿದರೆ ಕೈಗೆ ಏನೂ ಸಿಗಲೇ ಇಲ್ಲಾ! ಆಗ
ಜ್ಞಾಪಕಕ್ಕೆ ಬಂತು ಛತ್ರಿ ಬಿಟ್ಟು ಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇ ಅಂತ.

ಉತ್ತರಗಳು

ಪುಟ 1 :—(i) (a) A=2, B=7, C=7, D=1, E=0, F= 9.

(b) A= 3, B= 0.

(ii) A= 3, B= 4, C= 0, D= 2

(iii) 426×342.

ಪುಟ 2 : (ಎಣಿಸುವುದು) : 30 ; 27.

ಪುಟ 3 : N I N E (ಹನ್ನೊಂದು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ ಈ ಪದವು ಬರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.)

ಪುಟ 5 :—(a) (i) + 1+2 - 3 - 4 + 5+6= 7.

(ii) - 1 - 2+3+4 +5 + 6 =15

(iii) + 1 + 2+3 - 4 + 5 -6= 1.

(b) (i) 1(2+3)+45=50.

(ii) 12(- 3+4)×5=60.

(iii) (1+2+3) ×4×5=120.

(c) 99+99÷99=100.

(d) (11 - 1)÷ ·1 = 100.

(e) (i) ·4 (ii) $\sqrt{\dot{.4}}$

ಪುಟ 8 : ಹೆಂಡತಿಗೆ 200 ರೂ ; ಗಂಡು ಮಗುವಿಗೆ 200 ರೂ ; ಹೆಣ್ಣು ಮಗುವಿಗೆ 600 ರೂ.

ಪುಟ 11 :—3 ; 1 21 ; 125 ; 18 ; 65 ; 91.

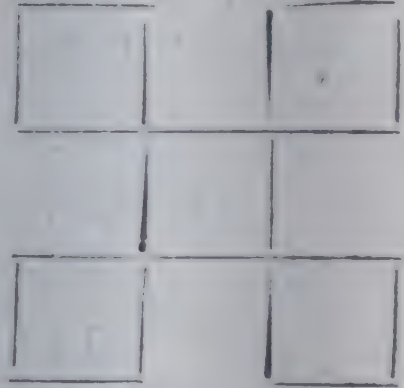
ಪುಟ 12 :—ಇಲ್ಲಿ ಮ್ಯಾನೇಜರು ಮಾಡಿದ ತಪ್ಪು "99ನೆಯವರನ್ನು" (ಪುಟ 12 ಕಡೆಯ ಸಾಲು) ಎನ್ನುವುದು ; ಇದು " 100ನೆಯವರನ್ನು " ಎಂದಿರಬೇಕಲ್ಲವೆ ?

ಪುಟ 13 :—ಮಾದನು ಹಣ್ಣಿಗೆ 5 ಪೈಸಾಗಳಂತೆ 40 ಹಣ್ಣು ಗಳನ್ನು ಮಾರಿ ರೂ. 2-00 ಸಂಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ; ಅದೇ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಸಿದ್ದನು ಅದೇ ದರದಲ್ಲಿ 70 ಹಣ್ಣು ಗಳನ್ನು ಮಾರಿ ರೂ. 3-50 ಸಂಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ. ನಂತರ ಇಬ್ಬರೂ ಹಣ್ಣಿಗೆ 3 ಪೈಸಾಗಳಂತೆ ತಮ್ಮಲ್ಲಿ ರುವ ಉಳಿದ 60 ಮತ್ತು 10 ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಮಾರಿ ರೂ. 1-80 ಮತ್ತು ಪೈಸೆ 30 ನ್ನು ಸಂಪಾದಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇಬ್ಬರಿಗೂ ರೂ. 3-80 ಸಿಕ್ಕಿದಂತಾಯಿತು.

ಪುಟ 20 (ಅಕ್ಷರ ಪಲ್ಲಟ) :—ದಶಕೋಟಿ; ಗುಣಾಕಾರ; ಎರಡು; ಮೂರು; ಪರಿಮಾಣ; ಖಗೋಳ; ಸಮಾ ನಾಂತರ; ಬಿಂದುಪಥ; ಹದಿನೇಳು; ಸಮಕೋಣ.

ಪುಟ 23 (a) (b)





(c)

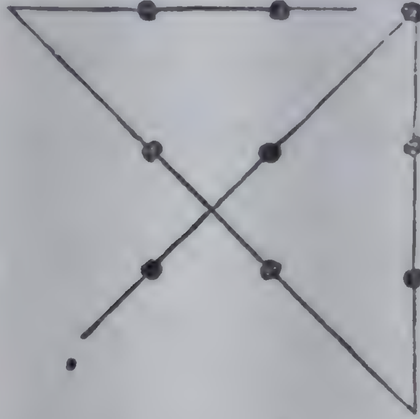


ಪುಟ 24 :—(a) ಮೊದಲು ಕುರಿ; ವಾಪಸ್ಸು ಬಂದು ಹುಲ್ಲು ಹೊರೆಯನ್ನು ಸಾಗಿಸಿ ಕುರಿಯನ್ನು ವಾಪಸ್ಸು

ತರವುದು ; ನಂತರ ಹುಲಿಯನ್ನು ಸಾಗಿಸಿ ವಾಪಸ್ಸು ಬಂದು ಕುರಿಯನ್ನು ಸಾಗಿಸುವುದು.

(b) ಮೊದಲು X, Y ಹೋಗಿ Y ವಾಪಸ್ಸು ಬಂದು Z ಎಂಬುವಳನ್ನು ಕರೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಿ Y ವಾಪಸ್ಸು ಬರುವಳು ; ನಂತರ A, C ಗಳು ಹೋಗಿ. A, X ವಾಪಸ್ಸು ಬರುವರು ; ನಂತರ A, B ಗಳು ಹೋಗಿ Z ವಾಪಸ್ಸು ಬರುವಳು ; Z, X ಹೋಗಿ Z ವಾಗಸ್ಸು ಬಂದು, Z, Y ಹೋಗುವರು.

ಪ್ರಟ 25 :—



ಪ್ರಟ 27 :—(a) 34 ; 10 $(B = A^2 - 2)$

(b) 7 ; 51 $(B = 3A + 6)$

(c) 10 ; 17 $(A + B = 30)$

(d) 25 ; 16 $(\frac{1}{2}A)^2 = B$

ಪ್ರಟ 28 :—ರಾಮನು ತ್ಯಾಗಮಾಡಿದ್ದು 7-4=3 ರೊಟ್ಟಿ : ಕೃಷ್ಣನು ತ್ಯಾಗಮಾಡಿದ್ದು 5-4=1 ರೊಟ್ಟಿ. ಈ 3+1=4 ರೊಟ್ಟಿಗಳಿಗಾಗಿ ಗೋವಿಂದನು 12 ರೂ. ಕೊಟ್ಟನು. ಆದುದರಿಂದ ರಾಮನಿಗೆ 3 ರೊಟ್ಟಿಯ ಬೆಲೆ 9 ರೂ. ಮತ್ತು ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ 1 ರೊಟ್ಟಿಯಬೆಲೆ 3 ರೂ.

ಪುಟ 33 :—(i) ತಪ್ಪು (ii) ಸರಿ (iii) ತಪ್ಪು (iv) ತಪ್ಪು (v) ತಪ್ಪು (vi) ಸರಿ (vii) ತಪ್ಪು (viii) ಸರಿ (ix) ತಪ್ಪು (x) ತಪ್ಪು.

ಪುಟ 38 :—(a) ಅನಂತರಾಯರು (b) ಬಿಂದುರಾಯರು [c]ಸಹಸ್ರಾಕ್ಷ[ಇಂದ್ರ][d]ದಶರಥ[e]ಎರಡು ಕೈ ಸೇರಿದರೆ ಚಪ್ಪಾಳೆ [f] ಪಂಚಾಮೃತ [g] C V ರಾಮನ್ [ಇಲ್ಲಿ C V= 105] [h] ಆಲೂರು [i] ಲೀಲಾವತಿ [j] 7 ಮತ್ತು 11 [k] ಒಂದು ಮೊಳ ಬಿಡು ಅಂದರೆ ಒಂದು ಮಾರು ಬಿಡುವುದು [l] ನವಗ್ರಹಾರಾಧನೆ [m] ದಂಡಂ ದಶಗುಣಂ ಭವೇತ್.

ಪುಟ 41 :—[4 ಲೀಟರ್ ಹಾಲುಬೇಕು]:—

ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಹಾಲಿನ ಅಳತೆ

	1	2	3	4.	5	6	7	8
8 ಲೀಟರಿನದು	8	3	3	6	6	1	1	4
5 ಲೀಟರಿನದು	0	5	2	2	0	5	4	4
3 ಲೀಟರಿನದು	0	0	3	0	2	2	3	0

ಪುಟ 42 :—[ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚುವ ಲೆಕ್ಕ]:

[2,3,2] ; [2,3,2] ; [3,1,3]

ಪುಟ 43 :—[ ] $3^2+4^2=5^2$ [ii] ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

[iii] [a] 468 [b] 612 [iv] 64 [ಇಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.]

ಪುಟ 44 :—(i) ರೂ 100×84–84 ಪೈಸಾ =

ರೂ. 8399–16

[ii] ರೂ 36–10 [1 ಕೇಜಿಗೆ 95 ಪೈಸೆ]
[iii] B ಯು A ಯ ತಾಯಿ.
[iv] ಬೆಲೆ ಇಲ್ಲ; ಮುಫತ್ತಾಗಿ ದೊರೆಯುತ್ತಿದೆ. [v] 2 ರೂ. (vi) $4\frac{1}{2}$ (vii) 1 (viii) 1800 (ix) $833^1/_3$ % (x) $3\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆ (xi) ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. (xii) ಮಗಳು.

ಪುಟ 56 :—13 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

ಪುಟ 59:— (a) ಪ್ರೊಟ್ರಿಕ್ಟರ್ (protractor) (b) ಭಾಗಲಬ್ಧ (c) ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆ (d) ಬೀಜಾಕ್ಷರ (e) ವಜ್ರಾಕೃತಿ (rhombus) (f) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ (g) ಗಾತ್ರ (volume) (h) ಸಾಲಮಾಡು.

ಪುಟ 62 :—(i) A=6, B=1, C=5, D=4, E=3, F=7, G=2,
(ii) 1+6+11 ; 7+6+5 ;
8+6+4 ; 9+6+3 ; 10+6+2.

ಪುಟ 63 :—(iii) A=2, B= 9, C= 5, D= 1, E= 4, F = 8, G= 3, H= 6, I= 7.

ಪುಟ 64 :—22 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

ಪುಟ 68 :—i. ನವರಾತ್ರಿ. ii. ಚಿತ್ರದುರ್ಗ. iii. ಗಣಪತಿ. iv. ಸರಕಾರ. v. ಬಹುಮಾನ. vi. ಗೋದಾವರಿ. vii. ಗರುಡ. viii. ನಂಜನಗೂಡು.

ಪುಟ 69:—ನೂರು ಡಿರ್ಜ ಎಂದರೆ ಮುಪ್ಪತಾರು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹನ್ನೆರಡು ಅಂಗುಲಗಳು ಒಂದು ಅಡಿಗೆ ಸಮ. ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಏಳು ಎಂಟು ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು. ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಕೋನವೂ ಒಂದು ಸಮಕೋನ.

ವಿನೋದಗಣಿತದ ಹಲವು ಪುಸ್ತಕಗಳ ಪಟ್ಟಿ

1. ಸಂಖ್ಯೋದ್ಯಾನ
(ಬರೆದವರು : ಬಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿ)
2. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಸ್ವರೂಪ
(ಬರೆದವರು: ಡಾ|| ಸಿ.ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್)
3. ಲೀಲಾವತೀ
ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು – ಸಂಸ್ಕೃತದಿಂದ ಇತರ ಭಾಷೆಗಳಿಗೆ ತರ್ಜುಮೆಯಾಗಿದೆ.
4. ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನೋದ
(ಬರೆದವರು : ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ)
5. Mathematical Recreations *by Rouse Ball*
6. Mathematics for the Million *by Lancelot Hogben*
7. Mathematical Recreations *by Maurice Kraitchik*
8. How to solve it *(by G. Polya)*,
9. Mathematics for All *(Editor; R Wesley)*
10. The Magic of Numbers *by Eric Temple Bell.*